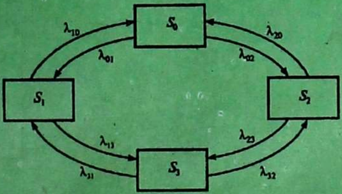
КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН БИЛИМ, ИЛИМ
ЖАНА МАДАНИЯТ МИНИСТРЛИГИ

ОШ ТЕХНОЛОГИЯЛЫК УНИВЕРСИТЕТИ КЫЗЫЛ –КЫЯ
ТЕХНОЛОГИЯ, ЭКОНОМИКА ЖАНА УКУК ИНСТИТУТУ

ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

АБЖАПАРОВА Ү.А., РАЕВ К.Т., РАЕВ А.К.

ЭКОНОМИКАДАГЫ ОПЕРАЦИЯЛАРДЫ ИЗИЛДӨӨНҮН НЕГИЗДЕРИ



Ош — 2000

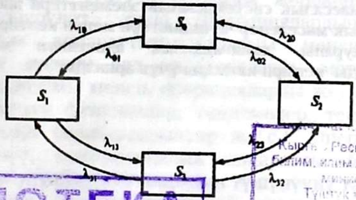
КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН БИЛИМ, ИЛИМ
ЖАНА МАДАНИЯТ МИНИСТРЛИГИ

ОШ ТЕХНОЛОГИЯЛЫК УНИВЕРСИТЕТИ КЫЗЫЛ –КЫЯ
ТЕХНОЛОГИЯ, ЭКОНОМИКА ЖАНА УКУК ИНСТИТУТУ

ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

АБЖАПАРОВА Ү.А., РАЕВ К.Т., РАЕВ А.К.

ЭКОНОМИКАДАГЫ ОПЕРАЦИЯЛАРДЫ ИЗИЛДӨӨНҮН НЕГИЗДЕРИ



Ош — 2000

ББК 65 я 73
А14

Ош Технологиялык Университетинин Кызыл-Кыядагы технологиялык, экономика- жана укук институнун илимий кеңешинин чечими боюнча басмадан чыкты.

Рецензент: Сражидинов А.С., Физика –математика илимдеринин кандидаты, доцент.

Абжапарова Ү.А., Раев К.Т., Раев А.К.

А—14 Экономикадагы операцияларды изилдөөнүн негиздери

(Жогорку окуу жайларынын студенттери үчүн)
/Ү.А. Абжапарова, К.Т. Раев, А.К. Раев — Ош: 2000, 84 б

ISBN 9967 — 9997 — 1— 3

Бул окуу куралда графтар теориясын экономикада жана башкаруу системасында пайдалануу маселелери каралган. Ошондой эле тейлөөнүн массалык системасынын элементтери жана көп сандагы экономикалык маселелер чечилиштери менен келтирилген.

Окуу куралы экономикалык адистикти максат кылган окурмандарды кеңири катмары үчүн арналды.

А 0601010000 — 2000

ББК 65 я 73

ISBN 9967 — 9997 — 1— 3

Кириш сөз

Операцияларды изилдөө ар түрдүү системаларды эффективдүү башкаруунун методдорун практикалык колдонуу жана иштеп чыгуучу илимий дисциплина.

Каалаган системаларды башкаруу белгилүү закон ченемдүүлүктөргө баш ийет. Операцияларды изилдөөнүн максаты - башкарууну уюштуруу боюнча кабыл алынган чечимдердин сандык негиздөө.

Башкаруунун конкреттик маселелерин чечүүдө операцияларды изилдөөнүн методдорун колдонуу:

—татаал ситуацияларда же аныксыздык шарттарында чечимдерди кабыл алуунун маселелери үчүн математикалык жана экономикалык моделдерди түзүү:

—аракеттердин варианттарынын артыкчылыктарын баалоого мүмкүндүк берүүчү, эффективдүүлүктүн критерийлерин орнотуу жана чечимдерди кабыл алууну аныктоо, өз ара байланыштарды окуп-үйрөнүүнү сунуш кылат.

Изилдөөлөрдүн сандык методдорун колдонуу үчүн операциялардын математикалык моделин түзүү талап кылынат. Моделди түзүүдө операция жөнөкөйлөштүрүлөт, схемага түшүрүлөт жана операциялардын схемасы математикалык аппараттын жардамы менен жазылат. Операциянын модели бул операцияларды математикалык аппараттын жардамы менен, операцияларды жетишерлик так жазуу (ар түрдүү функциялар, теңдемелер, теңдемелердин системасы жана барабарсызыктар ж.у.с.). Операциялардын моделин түзүү, математикалык аппаратты билүү жана жазылуучу кубулуштардын маңызын түшүнүүнү талап кылат.

Тармактык пландаштыруунун жана башкаруунун маселеси операциянын чоң комплекстеринин бүтүү жана башталуу убактысынын арасындагы катышты карайт.

Массалык тейлөөнүн маселелери билдирүүнү кезектеп тейлөөнүн системаларын окуп - үйрөнүүгө жана анализдөөгө арналган.

І ГЛАВА

ТАРМАКТЫК ПЛАНДАШТЫРУУНУН ЖАНА БАШКАРУУНУН МОДЕЛДЕРИ

§ 1.1 Тармактык пландаштырууну жана башкарууну колдонуунун областтары жана максаты

Татаал процесстерди пландаштыруунун эффективдүү ыкмаларын издөө тармактык пландоонун жана башкаруунун принципиалдык жаңы методдорун түзүүгө алып келди. Тармактык пландоо жана башкаруу бул тармактык графиктер жолун колдонуу аркылуу ири чарба комплекстерин, илимий изилдөөлөрдү, өндүрүштү технологиялык жана конструктордук даярдоо, буюмдардын жаңы түрлөрүн, курулуш жана реконструкцияны, капиталдык ремонт иштерин пландаштырууну жана башкарууну иштеп чыгуунун методдорунун системасы.

Тармактык графиктерди пайдаланууну биринчи системалар АКШ да 50 - жылдардын аягында колдонула баштаган.

Россияда тармактык пландаштырууну башкаруу методдору курулушта жана илимий иштерде колдонулуп, кийинчерээк тармактык методдор эл чарбасынын башка областтарына тараган.

Тармактык пландаштыруу жана башкаруу (ТПБ) тармактык графиктин жардамы менен процесстерди моделдештирүүгө негизделген ТПБ системасы:

а) комплекстик жумуштун календардык планын калыптандырууга;

б) акча, материалдык, эмгек ресурстарынын убакыт резервин чогултууга жана ачып көрсөтүүгө;

в) башкаруунун эффективдүүлүгүн жогорулатууга мүмкүнчүлүк берет.

Тармактык пландаштырууну жана башкарууну колдонуунун диапозону кеңири. Ал жеке адамдан тартып, жүздөгөн уюмдар катышкан иш- аракеттерге тиешелүү маселелер менен байланыштуу.

Миндеген жекече изилдөөлөрдөн жана операциялардан турган чоң жана татаал долбоорлорду ишке ашыруу боюнча жумуштун планын түзүү үчүн анын математикалык моделин түзүү зарыл.

Долбоорлорду мындай жазып чыгуунун каражаты болуп тармактык модель эсептелет.

§ 1.2 Тармактык модель жана анын негизги элементтери

Тармактык модель өз ара байланышкан жумуштардын комплексти аткаруунун планы болуп саналат.

Анын графикалык сүрөттөлүшү тармактык график деп аталат.

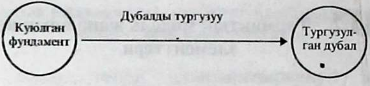
Тармактык моделдин башкы элементи болуп окуялар жана жумуштар саналат. Тармактык пландаштыруу жана башкарууда жумуш термини кеңири мааниде пайдаланылат.

Биринчиден, чыныгы жумуш ресурстардын сарпталышын талап кылуучу процесс. Мисалы, буюмдарды жана приборлорду сыноо. Ар бир чыныгы жумуштун конкреттүү, айкын жазылган жана жооптуу аткаруучусу болуш керек.

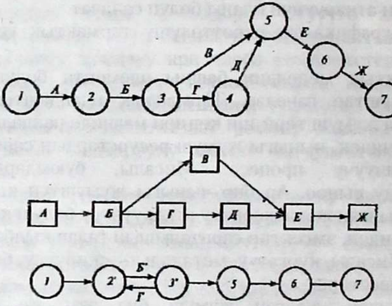
Экинчиден, эмгектин сарпталышын талап кылбаган процесс. Мисалы, кургатуу, металлдын эскирүүсү, бетондун катуу процесстери.

Үчүнчүдөн, жалган жумуш бул эки же бир нече жумуштардын арасындагы логикалык байланыш, б.а. убакытты же материалдык ресурстарды, эмгектин сарпталышын талап кылбайт. Бир жумуштун мүмкүнчүлүгү, экинчисинин жыйынтыгына түздөн-түз көз каранды. Жалган жумуштун узактыгы нөлгө барабар деп эсептелет.

Окуя бул долбоордун өзүнчө аткаруу этабын чагылдыруучу кандайдыр бир процесстин бүтүү учуру. Окуя өзүнчө жумуштун жекече жыйынтыгы же бир канча жумуштун суммалык жыйынтыгы болуп саналат. Окуя качан бардык жумуш аяктаганда бүтөт. Кийинки жумуштар качан окуя бүткөндө башталат. Окуя уландысы жок жана кирпик какканча аяктайт. Ошондуктан тармактык моделге кошулган ар бир окуя бардык жумуштардын жыйынтыгын толук жана так камтуу керек. Тармактык моделдеги окуялардын ичинен алгачкы жана акыркы окуяларды бөлүүгө болот. Баштапкы окуя, өтүп кеткен окуяга жана жумушка ээ эмес. Тармактык графикте окуя тегерекче менен, ал эми жумуш жаа менен сүрөттөлөт. Тармактык графиктин фрагментинин мисалы төмөндөгү сүрөттө көрсөтүлгөн.



1.1 сүрөт.



а)

б)

в)

1.2- сүрөт.

1.2 а сүрөттө экономикалык обьектти куруунун оптималдык планы жана моделдештирүүнүн маселесинин тармактык графиги келтирилген. Бул маселени чечүү үчүн төмөнкүдөй жумушту жүргүзүү зарыл:

А-изилдөөнүн проблемасын формулировкалоо;

Б-изилденүүчү обьекттин математикалык моделин түзүү;

В-маалыматты жыйноо;

Г-маселени чечүүнүн методдорун тандоо;

Д-ЭЭМ үчүн программаны түзүү жана жөнгө салуу;

Е-оптималдык планды эсептөө;

Ж-эсептөөнүн жыйынтыгын заказчикке берүү.

Графикте сан менен окуялардын катары белгиленген.

Графиктен, мисалы, В жана Г жумуштарын аткаруу 3-окуя аткарылгандан кийин гана баштоого мүмкүн, б.а. качан А жана Б жумуштары аткарылганда; Д жумушун – 4-окуя аткарылгандан кийин, качан А, Б жана Г жумуштары аткарылганда баштоого мүмкүн, ал эми Е жумушун – 5-окуя аткарылгандан кийин гана, б.а. А, Б, Г жана Д жумуштары аткарылганда гана аткарууга мүмкүн.

1.2- а сүрөттө көрсөтүлгөн тармактык моделде сандык баа берүү жок. Мындай тармак структуралык деп аталат. Бирок практикада жумуштун узактыгынын баасы берилген тармактар пайдаланылат (сааттар, жумалар, декадалар, айлар ж.у.с. тиешелүү жаалардын үстүндө көрсөтүлгөн), ошондой эле башка параметрлерди баалоо, мисалы оорчулук, баа жана ж.у.с.

Каралган мисалда тармактык график жумуштардан жана окуялардан турат. Бирок тармактарды түзүүнүн башка принциби—окуяларсыз болушу мүмкүн. Мындай тармакта графтын чокусунда (мисалы, төрт бурчтуктар менен сүрөттөлгөн) аткарылган жумуштарды белгилешет, ал эми жаалар – аларды аткаруунун тартибин аныктоочу бул жумуштардын ортосундагы көз карандылыктарды түшүндүрөт.

" Жумуш – байланыш" тармактык графиги, "окуя –жумуш" графигинен белгилүү артыкчылыкка ээ: жалган жумуштарды кармабайт, түзүүнүн жана кайра түзүүнүн жөнөкөй техникасына ээ. Окуясыз тармак татаал, анткени окуя жумушка караганда бир канча кичине. Ошондуктан мындай тармактар комплексти башкарууда эффективдүү эмес. Азыркы мезгилде "окуя-жумуш" тармактык графиги чоң таркалууга ээ болду.

§ 1. 3 Тармактык графиктерди түзүүнүн тартиби жана эрежеси

Тармактык графиктер пландаштыруунун баштапкы этабында түзүлөт. Башында пландаштырылуучу процесс өзүнчө жумуштарга бөлүнөт, окуялардын жана жумуштардын тизмеси түзүлөт, алардын логикалык байланыштары жана аткаруунун удаалаштыгы ойлонулат, жумуштар жооптуу аткаруучуларга бекитилет. Алардын жардамы менен ар бир жумуштун узактыгы бааланат. Андан кийин тармактык график түзүлүт. Тармактык график иреттештирилгенден кийин жумуштун жана окуянын параметри эсептелет, убакыттын резерви жана критикалык жол аныкталат. Азыркы тармактык графикти оптимизациялоо жана анализ жүргүзүлөт, ал жумуштардын жана окуялардын параметрлерин кайрадан эсептөө зарыл болгондо кайрадан чийилет.

Тармактык графикти түзүү учурунда бир катар эрежелерди сактоо зарыл:

1. Тармактык моделде туюк окуялар болбош керек, б. а. окуялардан бир дагы жумуш чыкпайт, акыркы окуядан тышкары (3- а сүрөттү): Мында 2-3- жумуш керек эмес жана аны жоюш зарыл, же 3- окуядан кийин кандайдыр бир кийинки окуянын аткарылышы үчүн, же белгилүү жумуштун зарылдыгы байкалган жок. Мындай учурда келип чыккан түшүнбөстүктү оңдоо үчүн жумуштардын жана окуялардын өз ара байланышын өтө терең окуп- үйрөнүү зарыл.

2. Тармактык графикте “куйрук” сыяктуу окуялар болбош керек 3- окуя эч убакта орун албайт (1.3- б сүрөт). Мында 3-окуянын алдындагы жумуштар каралган эмес. Ошондуктан 3-окуя эч убакта орун албайт. Демек 3-окуядан кийинки 5- окуя да аткарылбайт. Тармакта мындай окуяларды көрүп, анын алдындагы окуялардын аткаруучуларын аныктоо зарыл жана бул жумуштарды тармакка кошуу керек.

3. Тармакта туюк контурлар жана илмектер болбош керек, б.а. кээ бир окуялардын өзүн өз ара туташтыруу жолдору (1.3- в,г сүрөт).

Татаал тармактарда контур келип чыгат, көбүнчө бул ЭЭМдин жардамы менен көрүнөт. Мындай учурда баштапкы маалыматтарга кайрылуу зарыл жана жумуштардын курамын кайрадан карап чыгуу жолу менен аны жоюу керек.

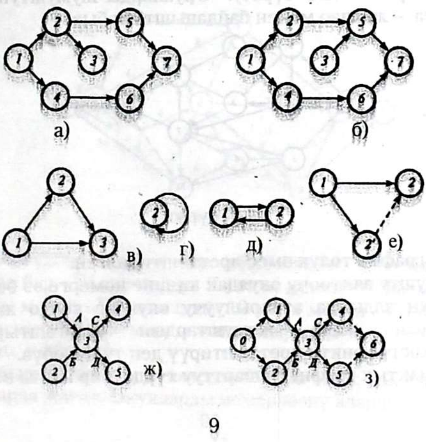
4. Ар кандай эки окуя бир гана - жаа менен тикеден тике байланышы керек, бул шарттын бузулушу параллель аткарылуучу жумуштарды сүрөттөөдө келип чыгат (1.3- д сүрөт). Мындай учурда жалган окуя жана жалган жумушту киргизүү сунуш кылынат (1.3- е сүрөт). Графикте жалган

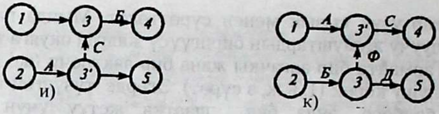
жумуштар үзүк сызык менен сүрөттөлөт. Мында пареллель аткарылуучу жумуштардын биригүүсү жалган окуяга туташат.

5. Тармакта бир алгачкы жана бир аяктоочу (же акыркы) окуя болушу керек (1.3- ж, з сүрөт). Эгерде түзүлгөн тармакта андай болбосо, анда бул шартка жетүү үчүн жалган жумуштарды жана окуяларды киргизүү керек. Алардын бири реалдык жумуштар менен байланышпаган окуялардын көз карандылыгынын чагылдырылышы. Мисалы: А жана Б жумуштары бири биринен көз каранды эмес аткарылышы мүмкүн (1.3- и сүрөт), бирок Б жумушун аткыруунун шарты боюнча, А жумушу бүткөндөн эрте башталышы мүмкүн эмес. Бул шарт С жалган жумушун киргизүүнү талап кылат.

Экинчи учурда жумуштардын толук эмес көз карандылыгы. Мисалы, С жумушу А жана Б жумуштары аякталгандан кийин башталат, бирок Д жумушу Б жумушу менен гана байланышкан, ал эми А жумушунан көз каранды эмес. Анда Ф жалган жумушун киргизүү талап кылынат (3 -к сүрөт).

Андан тышкары жалган жумуштар реалдык күтүү жана узартууну чагылдыруу үчүн киргизилет. Мындан мурунку окуялардан жалган жумуш убакыт ичиндеги созулуудагы мүнөздөлүшү менен айырмаланат.



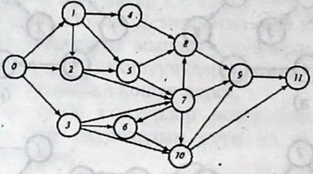


1.3 - сүрөт.

§ 1.4 Тармактык графиктин иреттештирилиши

Кандайдыр бир долбоорду түзүүдө 12 окуя болгон дейли: 0,1,2,3.4,5.6,7,8,9,10 ,11 жана (0,1), (0 ,2), (0,3), (1,2), (1,4) ,(1,5), (2,3), (2.5), (2,7), (3,6), (3,7), (3,10), (4,8), (5,8), (5,7), (6,10), (7,6), (7,8), (7.9),(7,10), (8,9), (9,11), (10,9), (10,11) аларды байланыштырган 24 жумушу берилсин дейли. Тармактык графикти иреттештирүү жана түзүү зарыл.

Тармактык графиктин алгачкы окуясы болуп 0 окуясы эсептелет, (ага чейин эч кандай жумуш аткарылбайт) ал эми 11 - окуя аяктоочу (анын артынан бир да жумуш уланбайт). Тармактык графикте убакытын өзгөрүшү солдон оңго деп, 0 окуясын графиктин сол бөлүгүнө, ал эми 11-окуяны - оң бөлүгүнө, ал эми аралыктык окуяларды алардын арасына жайгаштырабыз (1.4- сүрөт). Оқуяларды жумуштун тизмесине карата – жаалар менен байланыштырабыз.

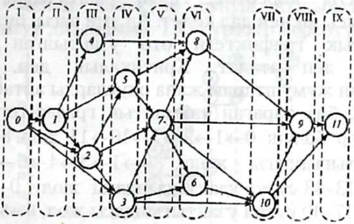


1.4- сүрөт.

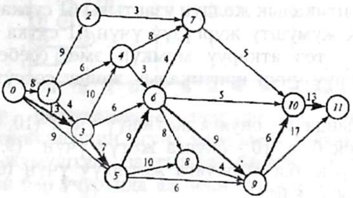
Бул график толук эмес иреттештирилген.
Бул жумушту аяктоочу окуядан кичине номерге ээ болгон, бул жумуштун алдында аткарылуучу окуялар солдо жайгашкан окуялардын жана жумуштардын жайгаштырылышын тармактык графикти иреттештирүү деп түшүнөбүз.

Тармактык графикти шарттуу түрдө бир канча вертикалдык катмарларга бөлөбүз (аларды сынык сызыкттар менен жүргүзөбүз жана рим цифралары менен белгилейбиз.

I катмарга 0 баштапкы окуясын жайгаштырабыз (1.5-сүрөт), ой жүзүндө графиктен (1.4- сүрөт) бул окуяны жана андан чыгуучу бардык жумушчу – жааларды алып таштайбыз. Анда II катмарды түзүүчү биринчи (1) окуя кирүүчү жаасы жок калат. Ой жүзүндө 1-окуя жана андан чыгуучу бардык жумуштарды чийип таштап III катмарды түзүүчү 4 жана 2 окуялар кирүүчү жаасы жок калат.



1.5- сүрөт.



1.6- сүрөт.

Көрсөтүлгөн чийүү процедураларын улантып 5-3-окуялары бар - IV катмарды, 7 - окуя менен - V катмарды, 8-6 – окуялары менен - VI катмарды, 10- окуя менен - VII катмарды, 9-окуя менен–VIII катмарды жана акырында 11-окуя менен - IX катмарды алабыз.

Окуяларды алгачкы номерлөө туура эмес: мисалы, 6- окуя VI катмарда жатат. Окуяларды номерлөөнү алардын графикте жайланышына жараша өзгөртөбүз (1.5-сүрөт) жана иреттештирилген тармактык графикти алабыз (1.6-сүрөт), мында жаалардын үстүндө жумуштардын узактыгы көрсөтүлгөн (сутка менен).

Тармактык графиктердин маанилүү түшүнүктөрүнүн бири - жол түшүнүгү. Жол - каалаган жумуштардын удаалаштыгы, мында ар бир жумуштун акыркы окуясы, жумуштун кийинки баштапкы окуясы менен дал келет. Тармактык графиктеги ар түрдүү жолдордун арасынан толук жол L чоң кызыкчылыкты көрсөтөт. Анын башталышы тармактын алгачкы окуясы менен дал келет. Ал эми аягы- бүтүшү менен.

Тармактык графиктеги өтө узартылган толук жол критикалык деп аталат. Критикалык деп, бул жолдо жайланышкан жумуштарды жана окуяларды айтабыз.

Мисалы, биз караган тармактык графиктеги (1.6-сүрөт) толук жолдор болуп: $0 \to 1 \to 2 \to 7 \to 10 \to 11$ жол $8+9+3+5+13=38$ сутка узактыгындагы жолу, $0 \to 1 \to 3 \to 4 \to 6 \to 10 \to 11$ жол $8+4+10+3+5+13=43$ сутка узактыгындагы жолу, $0 \to 5 \to 8 \to 9 \to 11$ жол $9+10+4+17=40$ сутка узактыгындагы жол, $0 \to 5 \to 6 \to 9 \to 10 \to 11$ жол $13+7+9+13+6+13=61$ сутка узактыгы менен ж.б.

Акыркы жол эң узун, ошондуктан ал критикалык деп эсептелет критикалык жолдун узактыгы 61 сутканы түзөт, б.а. комплекстик жумушту жүргүзүү үчүн 61 сутка керек болот. Комплексти тез аткаруу мүмкүн эмес, себеби аяктоочу окуяга жетишүү үчүн критикалык жолду сөссүз басып өтүү керек.

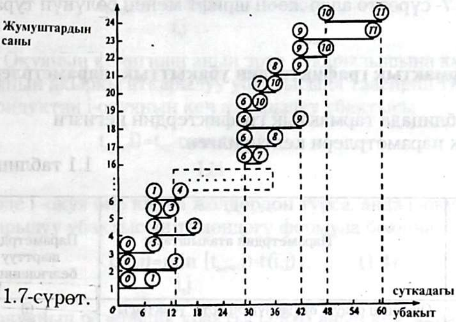
Чындыгында 11- окуяга жетишүү үчүн (10, 11) жумушту аткаруу керек б. а. 10 - окуяга жетүү үчүн (9,10) жумушту жүргүзүү керек, б.а. 9-окуяга жетишүү үчүн (6,9) жумушту жүргүзүү керек, ж.б.

Критикалык жолду аныктап, биз 0,3,5,6,9,10 жана 11 критикалык окуяларды жана критикалык жумуштарды (0,3), (3,5), (5,6), (6,9), (9,10), (10,11) аныктадык.

Критикалык жол, тармактык пландаштыруу системасында өзгөчө мааниге ээ, анткени бул жолдордун жумуштары, тармактык графиктин жардамы менен пландаштырыулучу бардык жумуштардын комплексинин жалпы циклин айтабыз.

Долбоордун узактыгын кыскартуу үчүн биринчи кезекте критикалык жолдо жаткан жумуштардын узактыгын кыскартуу зарыл.

Тармактык графиктин классификациялык түрү бул масштабсыз убакыттын сызылган тармагы экендигин белгилеп кетүү керек. Ошондуктан, тармактык график жумуштун жүрүү тартиби жөнүндөгү түшүнүктү так бергени менен, жумуштарды аныктоо үчүн толук көрсөтмөлүү эмес. Буга байланыштуу чоң эмес долбоорду тармактык графикти иреттештирилгенден кийин сызыктуу долбоордун диаграммасы менен толуктоо сунуш кылынат. Каралып жаткан сызыктуу диаграмма 1.7 - сүрөттө көрсөтүлгөн .



1.7-сүрөт.

Сызыктуу диаграмманы түзүүдө ар бир жумуш убакыттын кесиндисинин огуна параллель көрсөтүлөт, анын узундугу бул жумуштун узактыгына барабар. 0 узактыктагы жалган жумуш бар учурунда ал чекит түрүндө көрсөтүлөт. i жана j окуяларынын, (i,j) жумуштун башталышы жана бүтүшү кесиндинин тиешелүү түрдө башталышына жана аягына жайгаштырылат.

Кесиндилердин i индексинин өсүү тартиби төмөндөн жогору карай биринин үстүнө экинчисин жайгаштырышат. (1.7 сүрөттө орундун чектелгендигининин натыйжасында 2-,3-,4- жана 5 - окуялардан чыккан жумушчу – кесиндилери көрсөтүлгөн эмес.

Долбоордун сызыктуу диаграммасы боюнча критикалык жолду, критикалык убакытты, ошондой эле бардык жумуштардын резервдик убактысын аныктоо мүмкүн.

Ошентип, комплекстик жумуштардын критикалык убактысы диаграмманын бардык кесиндилеринин бүтүшүнүн оң жагындагы убакыттын огундагы координатына барабар.

$$t_{кр} = t\ (11) = 61\ (\text{сутка})$$

Критикалык жолду аныктоо үчүн тармактагы аяктоочу окуя менен дал келген акыркы окуянын жумушчу кесиндисин карайбыз (биздин мисалда: (9,11) жана (10,11)). Андан кийин (9,10) кесиндини табабыз, ошондой эле критикалык жолдордун башка жумушчу кесиндилерин аныктайбыз: (6,9), ... , (0,3) (1.7- сүрөттө алар жоон шрифт менен бөлүнүп турат).

§1. 5 Тармактык графиктердин убакыттык параметрлери

1.1 таблицада тармактык графиктердин негизги убакыттык параметрлери келтирилген.

1.1 таблицасы.

Параметри менен мүнөздөлүүчү тармактын элементи	Параметрдин аталыштары	Параметрдин шарттуу белгилениши
i окуясы	Окуянын болуп өтүшүнүн эң эрте убактысы Окуянын кеч аяктоочуу убактысы Окуянын резервдик убактысы	$t_э$ (i) $t_к$ (i) R (i)
Жумуш (i,j)	Жумуштун узактыгы Жумуштун эрте башталуу убактысы Жумуштун эрте бүтүү убактысы Жумуштун кеч бүтүү убактысы Жумуштун толук резервдик убактысы Жумуштун жекече резервдик убактысы Жумуштун эркин резервдик убактысы Жумуштун көз каранды эмес резервдик убактысы	t(i,j) $t_{эбаш}$ (i,j) $t_{эбүт}$ (i,j) $t_{кбүт}$ (i,j) $R_т$(i,j) R_1(i,j) $R_э$(i,j) $R_{көз}$(i,j)
Жол L	Жолдун узактыгы Критикалык жолдун узактыгы Жолдун резевдик убактысы	t(L) $t_{кр}$ R(L)

Көрсөтүлгөн параметрлерди эсептөөнү жана мазмунун карайбыз. Окуялардын параметрлеринен баштайбыз. Жумуш аткарылбаса, окуя пайда болбойт, ошондуктан, окуянын эрте аткарылышы ошол окуядан мурунку окуянын максималдык жолунун узундугу менен аныкталат:

$$t_{эрте}(i)+\max_{L_{ni}} t(L_{ni})$$

Мында L_{ni} – i –окуянын аткарылышына кеткен жол.

Эгерде j окуясы бир нече эрте аткарылуучу i окуяларына ээ болсо, анда j окуясынын эрте бүтүү мөөнөтүн төмөнкү формула менен аныктоо ыңгайлуу

$$t_{тэрте}(j)+\max_{i,j} [t_{эрте}(i)+t(i,j)]. \qquad (1.2)$$

Окуянын кечигиши анын эрте аткарылышына карата окуянын акыркы аткарылуу убактысына таасирин тийгизбейт. Ошондуктан i-окуянын кеч аткарылуу убактысы

$$t_{кеч(}i)=t_{кр}-\max_{Lci} t(L_{ci}), \qquad (1.3)$$

эгерде i -окуя бир канча жолдордон турса, анда i -окуянын кеч аткарылуу убактысын төмөндөгү формула боюнча табабыз,

$$t_{кеч(}j)=\min_{i,j} [t_{кеч(}i)-t(i,j)]. \qquad (1.4)$$

i–окуянын резервдик убактысы R(i) анын кеч жана эрте аткарылуу убактыларынын арасындагы айырма катарында аныкталат

$$R(i)= t_{кеч}(i)-t_{эрте}(i). \qquad (1.5)$$

Окуянын резервдик убактысы, окуяны жумуштун комплексин аткарууга кеткен жалпы убакытты көбөйтпөстөн туруп, канча убакыт мезгилине кечиктирилгендигин болорун аныктайт. Критикалык окуя резервдик убакытка ээ эмес. Ошондуктан критикалык жолдун узундугун аныктоо үчүн тармактык графиктин толук жолун караштын кереги жок. Тармактык окуянын акыркы этабындагы эрте мезгилин аныктасак болот.

Критикалык жолду аныктоо үчүн критикалык жумушту пайдалануу сунуш кылынат.

Мисал:

1.1. 1.6 сүрөтүндө көрсөтүлгөн тармактык график үчүн критикалык жолду жана окуялардын убакыттык параметрлерин аныктагыла;

Чыгаруу: Табылган параметрди 1.2-таблица менен салыштырабыз.

$t_{эртe}(i)$ окуялардын бүтүшүнүн эрте мезгилин аныктоодо тармактык график боюнча солдон оңго жылабыз (1.1, 1.2 формулаларын пайдаланабыз)

i=0 (0 дүк окуялар) үчүн $t_{эрт}(0)=0$ i=1 $t_{эрт}(1)=t_{эрт}(0)+t(0,1)=0+8=8$ (сутка) үчүн 1- окуя үчүн бир гана өтүлгөн жол $L_{кеч1}$, $0\rightarrow1$ бар i=2 $t_{эрт}(2)=t_{эрк}(1)+t(1,2)=8+9=17$ (сутка) үчүн, 2- окуя үчүн бир гана өтүлгөн жол $l_{кеч2}$, $0\rightarrow1\rightarrow2$.

i=3 $t_{эрт}(3)=$ мах $\{t_{эрт}(0)+t(0,3);\ t_{эрт}(1)+t(1,3)\}$ max $\{0+13;8+4\}=$ max $\{13,12\}=13$ (сутка) үчүн, 3- окуя үчүн эки өтүлгөн жол $L_{кеч3}$, $0\rightarrow1\rightarrow3$ жана $0\rightarrow3$ жана эки өтүлгөн жол окуя 0 жана 1

1.2 таблицасы

Окуянын катары	Окуянын аткарылуу убактысы		Резервдик убакыт R(i) (суткалар)
	Эрте $t_{эрт}(i)$	Кеч $t_{кеч}(i)$	
0	0	0	0
1	8	9	1
2	12	40	23
3	13	13	0
4	23	26	3
5	20	20	0
6	29	29	0
7	33	43	10
8	37	38	1
9	42	42	0
10	48	48	0
11	61	61	0

Ошондой эле:

$t_{эрт}(4)=\max\{t_{эрт}(1)+t(1,4);\ t_{эрт}(3)+t(3,4)\}=\max\{8+6;$

$13+10\}=\max\{14, 23\}=23$(сутка);
$t_{эрт}(5)=\max\{t_{эрт}(3)+t(3,5); t_{эрт}(0)+t(0,5)\}=\max\{13+7;0+9\}=\max\{20,9\}=20$(сутка);
$t_{эрт}(6)=\max\{t_{эрт}(4)+t(3,4); t_{эрт}(3)+t(3,6); t_{эрт}(5)+t(5,6)\}=\max\{23+3;13+6; 20+9\}=\max\{26;19;29\}=29$ (сутка) ж.у.с.

Критикалык жолдун узундугу 11- бүтүрүүчү окуянын аткарылышынын эрте мезгилине барабар (табл.1.2).

$$t_{кр}=t_{эрт}(11)=61 \text{ (сутка)}$$

$t_{кеч}$ (i) окуясынынын аткарылышынын кеч мезгилин аныктоодо тармак боюнча тескери багытта жылабыз, б.а. солдон оңго жана (1.3) жана (1.4) формулаларын пайдаланабыз.

i=11 (бүтүүчү окуя) үчүн окуянын бүтүүсүнүн кечки убактысы анын эрте убактысына барабар болуш керек (антпесе кртикалык жолдун узундугу өзгөрулүп кетет): $t_{кеч}(11)= t_{эрт}(11)=11$ (сутка).

i=10 $t_{кеч}(10)=t_{эрт}(11)-t(10,11)=61-13=48$ (сутка), анткени 10 - окуя үчүн бир гана өтүлгөн жол $L_{ок10}$: $10 \rightarrow 11$ жол бар.

I=9 $t_{кеч}(9)=\min\{t_{кеч}(10)-t(9,10); t_{кеч}(11)-t(9,10)\}=\min\{48-6;61-17\}=\min\{42;44\}=42$ (суткага), анткени 9 – окуя үчүн эки кийинки жолдор

$L_{ок9}$: $9 \rightarrow 10 \rightarrow 11$ жана эки кийинки болуп өткөн 10 чу жана 11- окуялар бар.

Ошондой эле:

$t_{кеч}(8)=t_{кеч}(9)-t(8,9)=42-4=38$ (сутка);

$t_{кеч}(7)=t_{кеч}(10)-t(7,10)=48-5=43$ (суткага);

$t_{кеч}(6)=\min\{t_{кеч}(7)-t(6,7); t_{кеч}(10)-t(6,10); t_{кеч}(9)-t(6,9); t_{кеч}(8)-t(6,8)\}=\min\{43-4; 48-5; 42-13; 38-8\}=\min\{39;43;29;30\}=29$ (суткага) ж.у.с.

(14.5) формуласы боюнча i – окуянын резервдик убактысын аныктайбыз:

$R(0)=0$; $R(1)=9-8=1$; $R(2)=40-17=23$ ж.у.с.

Мисалы. 2- окуя үчүн резервдик убакыт $R(2)=23$, 2- окуянын бүтүү убактысы долбоордун аткарылышынын жалпы убактысын көбөйтпөстөн туруп 23 суткага кечиктирилген. 1.2 таблицаны анализдеп 0,3,5.6.9.11, окуялардын резервдик убактысы жок экендигин көрөбүз. Бул окуялар критикалык жолду түзүшөт (1.6-сүрөттө жоон шриф менен көрсөтөлгөн).

Эми жумуштун параметрлерине өтөбүз:

өзүнчө жумуш эрте, кеч же башка бир аралык убакытта башталышы мүмкүн. Мындан ары графикти оптималдаштырууда жумушту берилген интервалда каалаганча жайгаштырууга болот.

(i,j) жумушунун башталышынын эрте убактысы $t_{эб}$ (i,j) i-окуянын баштапкы (кийинки) i–окуянын башталышынын эрте убактысы менен дал келет, б.а.

$$t_{эб}(i,j)=t_{эрт}(i) \tag{1.6}$$

Анда (i,j) жумушунун аяқташынын эрте убактысы $t_{эр.бүт}(i,j)$ төмөндөгү формула менен аныкталат:

$$t_{эр.бүт}(i,j)=t_{эрт}(i)+t(i,j) \tag{1.7}$$

Бир дагы жумуш i- чи акыркы окуянын кечки убактысынан кийин бүтүшү мүмкүн эмес.

Ошондуктан (i,j) жумушунун аяқташынын кечки убактысы $t_{кеч.бүт}$ төмөндөгүдөй катыш менен аныкталат:

$$t_{кеч.бүт}(i,j)=t_{кеч}(j) \tag{1.8}$$

Бул жумуштун башталышынын кечки убактысы $t_{кеч.бүт}(i,j)$ төмөндөгү катыш менен аныкталат:

$$t_{кеч\ баш}(i,j)=t_{кеч}(j) - t(i,j) \tag{1.9}$$

Ошентип, тармактын моделдик рамкасында жумуштун башталыш жана аяктоо моменти (1.6)-(1.9) коңшу окуялардын чектелиши менен тыгыз байланыштуу.

Жумуштун резервдик убактысын кароодон мурда, жолдун резервдик убактысына кайрылабыз. Мындай резервдик критикалык эмес жолго; жолдун убакыт резерви R(L) жолдо каралган жана критикалык узундуктун ортосундагы айырма катарында аныкталат.

$$R(L)=t_{кр}-t(L). \tag{1.10}$$

Бул формула берилген жолго тиешелүү бардык жумуштардын узактыгын канчага көбөйгөндүгүн көрсөтөт.

Эгерде бул жолдо жатуучу жумуштардын аткарылышын R(L) убактысына созсок, анда критикалык жол L жолуна жылат. Мындан L жолундагы ар кандай жумуш (критикалык жол менен дал келбеген) резервдик убакытка ээ экендигине тыянак чыгарууга болот.

Жумуштун резервдик убактысы төрт түргө бөлүнөт.

Толук резервдик убакыт (i,j) жумушунун толук резервдик убактысы $R_{тол}(i,j)$ комплексти аткаруунун убактысы өзгөрүлбөгөн шартта берилген. Ал жумушту аткаруу убактысын канчага көбөйтүүгө мүмкүн экендигин көрсөтөт, толук резерв $R_{тол}(i,j)$ төмөндөгү формула менен аныкталат.

$$R_{тол}(i,j)=t_{кеч}(j)-t_{эрт}(i)-t(i,j) \qquad (1.11)$$

Жумуштун толук резервдик убактысы бул жумуш аркылуу өтүүчү жолдордун максималдык резервине барабар. Бул резерв менен жумушту аткарууда пайдаланууга мүмкүн, эгерде баштапкы окуя эң эрте убакытта бүтсө, жана акыркы окуянын аткарылышын эң кеч убакытта деп эсептөөгө болот (1.8- а сүрөт).

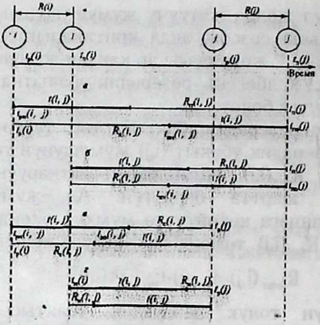
Жумуштун толук резервдик убактысынын маанилүү касиети болуп, ал бир жумушка тиешелүү бирдей бул аркылуу өтүүчү бардык толук жолдорго тиешелүү деп эсептелет.

Бир гана жумуш үчүн толук резервдик убакытты пайдаланган учурда калган жумуштардын максималдык жолдо жатуучу резервдик убактысы толук түгөнөт. Бул жумуш аркылуу өтүүчү башка жолдордо жатуучу жумуштардын резервдик убактысы пайдаланылган резервдик чондугуна кыскартылат.

Жумуштун калган резервдик убактысы анын толук резервинин бөлүгү болуп саналат.

(i,j) жумушунун биринчи түрдөгү жекече резервдик убактысы R_1 толук резервдик убакыттын бөлүгү болуп эсептелет.

Жумушту аткарууда бул резервди пайдаланууга болот (1.8-б сүрөттө).



1.8- сүрөт.

R_1 төмөндөгү формула менен табылат

$$R_1(i,j)=t_{кеч}(j)-t_{кеч.}(i)-t(i,j) \qquad (1.12)$$

$$R_1(i,j)=R_{кеч.}(i,j)-R(i) \qquad (1.13)$$

Экинчи түрдөгү жекече резервдик убакыт же (i,j) жумушунун $R_{эрк}$ убактысынын бош резерви убакыттын толук резервинин бөлүгү болуп саналат. (1.8- в сүрөт) $R_{эрк}$ төмөндөгү формула боюнча табылат.

$$R_{эрк}(i,j)=t_{эрт}(j)-t_{эртк}(i)-t(i,j) \qquad (1.14)$$

$$R_{эрк.}(i,j)=R_{кеч.}(i,j)-R(j) \qquad (1,15)$$

Убакыттын бош резервин, жумушту аткарууда келип чыгуучу кокустуктарды жок кылуу үчүн пайдаланууга мүмкүн. Эгерде жумушту аткарууну анын башталыш жана бүтүшүнүн эрте убактысы боюнча пландаштырсак, анда жумуштардын башталышынын жана аякташынын кечки убактысына өтүү үчүн зарылдыгы ар дайым келип чыгат же мүмкүн болот.

(i,j) жумушунун $R_{көз}$ убактысынын көз каранды эмес резерви толук резервинин бөлүгү болуп эсептелет (1.8- г сүрөт).

$$R_{көз.}(i,j)=t_{эрт.}(j)-t_{кеч.}(i)-t(i,j), \qquad (1.16)$$

же

$$R_{көз.}(i,j)=R_{кеч.}(i,j)-R(i) \qquad (1.17)$$

Убакыттын көз каранды эмес резервин пайдалануу башка жумуштардын убактысынын резервдик чоңдугуна таасирин тийгизбейт.

Эгерде (1.16) же (1.17) формасы боюнча аныкталуучу көз каранды эмес резервдердин чоңдугу 0 гө барабар же $R_{көз}$ (i,j) нын терс мааниси реалдык мааниге ээ эмес. Факт жүзүндө көз каранды эмес резерв максималдык жолдо жатпаган жумушка ээ.

(i,j) жумуштарынын убакыттык резерви эки убакыттык кесиндилерден турат (1.8-сүрөт).

Ошентип биринчи түрдөгү убакыттын жекече резерви жумуштардын узактыгын көбөйтүү үчүн пайдаланылат.

Ал эми убакыттын эркин резерви жумуштардын узактыгын көбөйтүүгө кетет.

Критикалык окуялар сыяктуу критикалык жолдо жатуучу жолдор убакыттык резервдерге ээ эмес. Эгерде критикалык жолдо баштапкы окуя i жатса, анда

$$R_{тол}(i,j)=R_1(i,j) \qquad (1.18)$$

Эгерде критикалык жолдо акыркы окуя j жатса, анда

$$R_{тол.}(i,j)=R_{эрк.}(i,j) \qquad (1.19)$$

Критикалык жолдо баштапкы жана акыркы окуялар i жана j жатса, бирок жумуш бул жолдо жатпаса, анда

$$R_{тол.}(i,j)=R_1(i,j)=R_{эрк.}(i,j)=R_{көз.}(i,j). \qquad (1.18)—(1.20)$$

катыштарын өзүнчө, жумуштардын убакыттык резервдерин эсептөөнүн тууралыгын текшерүүдө пайдаланууга болот.

1.2. 1.6-сүрөттө сүрөттөлгөн тармактык график үчүн жумуштун убакыттык параметрлерин эсептегиле.

Чыгаруу:

Эсептөөлөрдөн жыйынтыгын 1.3 таблицасында беребиз. (i,j) жумуштарынын убакыттык параметрлерин эсептөөнү (1.4) жумуштарынын мисалында көрсөтөбүз.

Жумуштун башталышынын эрте убактысы (1.6) формуласы боюнча):

$t_{эрт.баш.}(1,4)=t_{эрт.}(1)=8$ (сутка);

жумуштун бүтүшүнүн эрте убактысы (1.7) формуласы боюнча:

$t_{эрт.аяк.}(1,4)=t_{эрт.}(1)+t(1,4)=8+6=14$ (сутка);

жумуштун башталышынын кеч убактысы (1.9) формуласы боюнча:

$t_{кеч.баш.}(1.4)=t_{кеч.}(4)-t(1,4)=26-6=20$ (сутка),

мында $t_{кеч}(4)=26$ (1.2) таблицаны кара;

жумуштун бүтүшүнүн кеч убактысы (1.8) формуласы боюнча): $t_{кеч.аяк.}(1,4)=t_{кеч.}(4)==26$ (сутка).

Ошентип, (1,4) жумушу долбоордун аткарышынан баштап [8;28] (сутка) интервалында башталышы жана [12;26] (сутка) интервалында бүтүшү керек.

(1,4) жумушунун толук резерви ((1.11) формуласы боюнча): $R_т(1,4)=t_{кеч.}(4)-t_{эрт.}(1)-t(1,4)=26-8-6=12$ (сутка), бул жумуштун аткарылуу убактысын 12 суткага көбөйтүүгө мүмкүн, мындан жумуштун комлексин аткаруунун убактысы өзгөрбөйт.

1.3 таблицасы

№	Жумуш (i,j)	Жум. узактыгы t(i,j)	Жумуштун башталышынын жана аякташынын убактысы.				Жумуштун резервдик убактысы.			
			$t_{эба.}(i,j)$	$t_{эбү}(i,j)$	$t_{кба.}(i,j)$	$t_{кбү}(i,j)$	$R_т(i,j)$	$R_1(i,j)$	$R_э(i,j)$	$R_k(i,j)$
1.	(0,1)	8	0	8	1	9	1	1	0	0
2.	(0,3)	13	0	13	0	13	0	0	0	0
3.	(0,5)	9	0	9	11	20	11	11	11	0
4.	(1,2)	9	8	17	31	40	23	22	0	11
5.	(1,4)	6	8	14	20	26	12	11	9	-
6.	(1,3)	4	8	12	9	13	1	0	1	8
7.	(2,7)	3	17	20	40	43	23	0	13	0
8.	(3,4)	10	13	23	16	26	3	3	0	-
9.	(3,5)	7	13	20	13	20	0	0	0	0

1.3 таблицанын (уландысы)

№	Жумуш (i,j)	Жум. узактыгы t(i,j)	Жумуштун башталышынын жана аякташынын убактысы.				Жумуштун резервдик убактысы.			
			$t_{эба}$ (i,j)	$t_{эб?}$ (i,j)	$t_{кба}$ (i,j)	$t_{тб?}$ (i,j)	$R_т$(i,j)	R_1(i,j)	R_2(i,j)	R_k(i,j)
10	(3,6)	6	13	19	23	29	10	10	10	10
11	(4,7)	8	23	31	35	43	12	9	2	-
12	(4,6)	3	23	26	26	29	3	0	3	0
13	(5,6)	9	20	29	20	29	0	0	0	0
14	(5,8)	10	20	30	28	38	8	8	7	7
15	(5,9)	6	20	26	36	42	16	16	16	16
16	(6,7)	4	29	33	39	43	10	10	0	0
17	(6,10)	5	29	34	43	48	14	14	14	14
18	(6,9)	13	29	42	29	42	0	0	0	0
19	(6,8)	8	29	37	30	38	1	1	0	0
20	(7,10)	5	33	38	43	48	10	0	10	0
21	(8,9)	4	37	41	38	42	0	0	1	0
22	(9,10)	6	42	48	42	48	0	0	0	0
23	(9,11)	17	42	59	44	61	2	2	2	2
24	(10,11)	13	48	61	48	61	0	0	0	0

(1,4) жумушунун мисалында жумуштун толук резервдик убактысы бул жумуш аркылуу өтүүчү жолдордун максималдык узактыгына барабар.

(1,4) жумушу аркылуу жети толук жол өтөт (1.6- сүрөттү кара)

Жолдор	Узактык, суткалар
t_1 $0\to1\to4\to6\to7\to10\to11$	39
t_2 $0\to1\to4\to6\to8\to9\to10\to11$	48
t_3 $0\to1\to4\to6\to8\to9\to11$	46
t_4 $0\to1\to4\to6\to9\to10\to11$	49
t_5 $0\to1\to4\to6\to9\to11$	47
t_6 $0\to1\to4\to6\to10\to11$	35
t_7 $0\to1\to4\to7\to10\to11$	40

Мында (1,4) жумушу аркылуу өтүүчү максималдык жол болуп резервдик убактысы ((1.10) формула боюнча): $R(L_4)=61-49=12$ (сутка) узактыгы 49 (сутка) L_4 жолу эсептелет.

(1,4) жумушунун толук резервдик убактысы бул жумуш аркылуу өтүүчү жолдордун максималдуу L_4 резервдик жолуна барабар экендигин көрөбүз.

Эгерде жумушту аткаруунун узактыгын t (1,4) 12 суткага чейин көбөйтсөк, б.а. 6 дан 18 суткага чейин L_4 жолунун резервдик убактысы толук түгөнөт, б.а. бул жол критикалык болот. Ал эми калган жолдордун резервдик убактысы 12 суткага азаят. Биринчи түрдөгү (1,4) жумушунун жекече резервдик убактысын (1.12 формуласы боюнча аныктайбыз же 1.13):

$$R_1(1.4) = t_{кеч.}(4) - t_{кеч}(1) - t(1,4) = 26-9-6=11 \text{ (сутка)}$$

Же

$$R_1(1,4) = R_{кеч}(1,4) - R(1) = 12-1=11 \text{ (сутка)},$$

б.а. долбоорду аткарууну жалпы убактысын 11 суткага сактаганда (1,4) жумушунун аткарылышын кечиктирүүгө болот жана кийинки жумуштарды $L_1, L_2, \ldots L_n$ жолдорун каалаганы боюнча.

(1,4) экинчи түрдөгү убакытын жекече резерви, же убакытын эркин резервин (1,14) (же 1,15) формуласы боюнча табабыз; $R_{эрк.}(1,4) = t_{эрт}(4) - t_{эрт.}(1) - t(1,4) = 23-8-6=9$ (сутка) (же $R_{эрк.}(1,4) = R_{кеч.}(1,4) - R(1) = 12-3=9$ (сутка), б. а. долбоорду аткаруунун жалпы убактысын 9 суткага сактаганда (1,4) жумушту жана андан кийинки жумуштарды аткаруу кечиктирилиши мүмкүн.

(1,4) жумушунун көз каранды эмес резервдик убактысы (1,16) же (1,17) формуласы боюнча аныктайбыз.

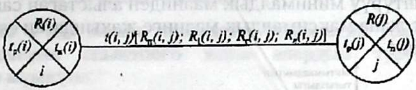
$$R_{көз}(1,4) = t_{эрт}(4) = t_{эрт.}(4) - t_{кеч.}(1) - t(1,4) = 23-9-6=8 \text{ (сутка)}$$

(же $R_{көз.}(1,4) = R_{кеч.}(1,4) - R(1) - R(4) = 12-1-3=8$ (сутка) б.а. (1,4) жумушунун узактыгы калган бардык жумуштардын убакыттык резервдерин өзгөртпөстөн туруп 8 суткага көбөйтүшү мүмкүн.

(1,2) (2,7) жана (4,7) жумуштарынын көз каранды эмес резерви терс (1,3 таблица, алар сызыкча менен белгиленген) Мисалы $R_{көз.}(2,7) = t_{эрт.}(7) - t_{кеч.}(2) - t(2,7) = 33-40-3=-10$ 3 сутка узактыгы.

(2,7) жумуштардын комплекси башталгандан 32 суткадан кийин бүтүшү керек, 40-суткада башталышы керек б.а. мүмкүн эмес.

(0,3), (3,5), (5,6), (6,9), (9,10), (10,11) критикалык жумуштардын резервин белгилейбиз, критикалык окуялардын резерви сыяктуу нөлгө барабар.



1.9- сүрөт.

Жөнөкөй тармактык графиктер үчүн алардын убакыттык параметрлерин эсептөөнүн жыйынтыгын тикеден - тике графикте көрсөтүүгө мүмкүн. Окуялардын параметрлери 4 бөлүккө бөлүнгөн тегерек менен жазылат, ал эми жумуштардын параметрлери жаа түрүндө (1.9- сүрөт) мында таблицаларды түзүүнүн зарылдыгы жок.

§ 1.6 Анык эмес шарттарда тармакты пландаштыруу

Тармактык графиктин убакыттык параметрлерин аныктоодо азыркы мезгилге чейин ар бир жумушту аткаруунун убактысы так белгилүү деп келдик.

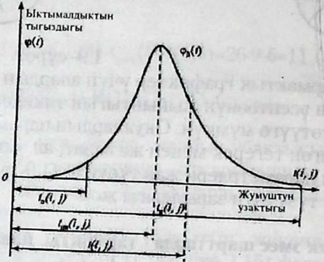
Мындай алдын-ала айтуу чындыгында аткарылышы сейрек. Мисалы: тармактык пландаштыруу жана башкаруу татаал иштеп чыгууларды пландаштыруу үчүн колдонулат.

Тармактык график боюнча жумуштун узактыгы алдын ала белгисиз жана бир катар мүмкүн болгон маанилерди кабыл алышы мүмкүн. Башкача айтканда, жумуштун узактыгы t (i,j) кокустук чоңдук болуп эсептелет. Кокустук чоңдук бөлүштүрүү законуна ээ болот. Ошондой эле ал сандык мүнөздөөчүлөрү болгон математикалык күтүүсү $\bar{t}(i, j)$ жана дисперсиясы σ^2(i,j) менен мүнөздөлөт. Практикада бардык тармактык пландаштыруу жана башкаруу системаларында жумуштун узактыгынын бөлүштүрүлүшү үч касиетке ээ.

1. үзгүлтүксүздүк;
2. унимодалдык, б.а. бөлүштүрүүнүн ийрисиндеги жалгыз максимуму .
3. O_x огундагы ийринин бөлүштүрүлүшүндөгү терс эмес абсциссалуу эки чекиттин кесилиши.

Мындан тышкары жумуштун узактыгынын бөлүштүрүлүшү оң ассимметрияга ээ.

Бөлүштүрүү минималдык мааниден алыстаган сайын тез көтөрүлөт жана максималдык мааниге жакындаган сайын төмөн түшөт.



1.10- сүрөт.

Буга окшогон жөнөкөй бөлүштүрүүнүн касиетине математикалык статистикада белгилүү болгон β бөлүштүрүү эсептелет.

Статистикалык чоңдуктардын чоң санын анализдөөдө β бөлүштүрүүнүн бардык жумуштары үчүн сандык мүнөздөөчүлүрүн аныктоону долбоордун жооптуу аткаруучуларын жана эксперттерин суроонун негизинде үч убакытта аныкташат:

1.оптималдык баа $t_{аяк}$ (i,j) жакшы шартта;

2.пессимистик баа $t_{кеч.}$ (i,j) эң жаман шартта;

3.эң ыктымалдуу баа $t_{көз.саат}$ (i,j).

β-бөлүштүрүүдө жумуштун узактыгы анын сандык мүнөздөөмөлөрүн баалоого мүмкүндүк берет:

$$\bar{t}\,(i,j)=(t_{аяк.}(i,j)+4t_{бар.саат}(i,j)+t_{кеч}(i,j))/6 \qquad (1.21)$$

$$\sigma^2\,(i,j)=[\,(t_{кеч}(i,j)-t_{аяк}(i,j))/6]^2 \qquad (1.22)$$

$t_{көз\ убак}$(i,j) жумушунун аткарылышынын эң ыктымалдыгынын убактысын адистердин аныкташы татаал. Ошондуктан реалдуу долбоорлордо (i,j) жумушунун орточо узактыгын жөнөкөйлөтүп баалоо пайдаланылат. Ал төмөнкүчө аныкталат

$$\bar{t}\,(i,j)=(2t_{анк}(i,j)+3t_{кеч}(i,j))/5 \qquad (1.23)$$

t(i,j) жана $\sigma^2(i,j)$ билип тармактык графиктин убактысынын параметрлерин аныктоого жана алардын туруктуулугун баалоого мүмкүн.

L жолуна тиешелүү жумуштарын чоң саны үчүн жана жалпы шартты аткарууда чоң сандар законундагы Ляпуновдун теоремасын колдонобуз

$$\bar{t}\,(L)=\sum_{i,j}\bar{t}\,(i,j); \qquad (1.24)$$

$$\sigma^2(L)=\sum_{i,j}\sigma^2(i,j). \qquad (1.25)$$

Тармактык графикти оптималдаштыруу деп, жумушту комплекстүү аткарууну, уюштурууну жакшыртуу процесси эсептелет.

Оптималдаштыруу ресурстарды рационалдуу пайдалануу, жумуштун чыңалыш коэффициенттерин теңдештирүү, критикалык жолдун узундугун кыскартуу максатында жүргүзүлөт.

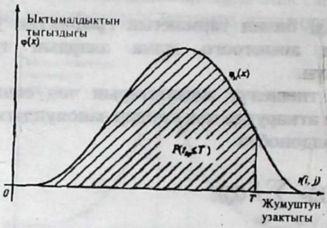
1.6-сүрөттө тармактык график фиксирленген, ал эми кокустук узактыктагы жумуш жана жаанын үстүндөгү сан тиешелүү операциялардын узактыгынын орточо маанисин көрсөтөт.

Тармактык графиктин убакыттык параметрлери— критикалык жолдун узундугу, окуялардын бүтүшүнүн эрте жана кеч убактылары, жумуштардын жана окуялардын резервдери ж.у.с.

$\bar{t}_{кр}=61$ критикалык жолдун узундугунун орточосу, 61 сутканы түзгөндүгүн билдирет.

Жумуштардын кокустук узактыгын алдын-ала анализдөө, тармактын параметрлерин эсептөө менен чектелбейт. Долбоордун аткарылуу убактысы $t_{кр}$ берилген директивдик убакты Т дан ашып кетпейт. Нормалдык бөлүштүрүү законуна баш ийген $t_{кр.}$ кокустук чоңдугу төмөндөгүчө

$$P\ (t_{кр}=t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{T-\bar{t}_{кр}}{\sigma_{кр}}\right), \qquad (1,26)$$



1.11 сүрөт.

Мында $\Phi(z)$—Лапластын функциясы $Z=(T-\bar{t}_{кр})/\sigma_{кр}$; $\sigma_{кр}$—критикалык жолдун узундугунун орточо квадраттык четтеши:

$$\sigma_{кр} = \sqrt{\sigma^2_{кр}}\ , \qquad (1.27)$$

ал эми $\bar{t}_{кр}$, $\sigma^2_{кр}$ (1.24) жана (1.25) формулалары боюнча аныкталат.

Эгерде $P(t_{кр}\leq T)$ кичине болсо (мисалы 0.3 кичине болсо), анда комплексте берилген убакытта аткаруунун үзгүлтүккө учурашынын коркунучу чоң, ошондуктан кошумча чараларды кабыл алуу зарыл (тармак боюнча ресурстарды кайра бөлүштүрүү, окуялардын жана жумуштардын түзүүчүлөрүн кайра кароо ж.у.с.).

Эгерде $P(t_{кр}\leq T)$ чоң болсо (мисалы, 0.8 ден чоң болсо) анда белгиленген убакытта долбоордун аткарылышын алдын ала айтууга мүмкүн.

Кээ бир учурларда тескери маселелерди чечүү кызыктырат: β ишенимдүүлүгү менен берилген долбоорду аткаруунун максималдык убактысы Т-ны аныктоо.

Бул учурда

$$T = \bar{t}_{кр'} + z_\beta \sigma^2{}_{кр}, \qquad (1.28)$$

мында z_β Лапластын функциясы $\Phi(z_\beta) = \beta$ жардамы менен аныкталуучу кокустук чоңдуктун нормаланган чектелиши. 1.3 мисалы, тармак үчүн критикалык жолдогу жумуштардын узактыгынын дисперсиясы:

$\sigma^2(0,3)=2{,}5$; $\sigma^2(3,5)=2.1$; $\sigma^2(5,6)=3{,}2$; $\sigma^2(6,9)=4{,}0$; $\sigma^2(9,10)=1{,}5$; $\sigma^2(10,11)=3{,}5$;

Убактысы T=63 суткадагы долбоордун ыктымалдыгын тапкыла .

$$\sigma_{кр} = \sqrt{\sigma^2(0,3)+\sigma^2(3,5)+\sigma^2(5,6)+\sigma^2(6,9)+\sigma^2(9,10)+\sigma^2(10,11)}$$

$$= \sqrt{2{,}5+2{,}1+3{,}2+4{,}0+1{,}5+3{,}5} = \sqrt{16{,}8} \approx 4{,}1.$$

Эми изделүүчү ыктымалдык:

$$P(t_{kp} \le 63) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{63-61}{4{,}1}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{2}{4{,}1}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\Phi(0{,}49) = 0.5+0.$$

5* * 0.376 ≈0,69,

б.а. долбоордун убагында аткарылышын белгилүү тобекелге салууга мүмкүн.

Тескери маселени чечүүнүн мисалын карайбыз: $\beta=0.95$ туруктуулуктагы долбоорду аткаруунун максималдык мүмкүн убактысы Тны баалагыла.

(1.28) формуласы боюнча $T=61+z_{0,95}\cdot 4{,}1=61+1{,}96\cdot 4{,}1\approx 69$, б.а. 0,95 ишенимдүүлүктөгү долбоорду аткаруунун убактысы 69 суткадан ашпайт.

Бул тармак үчүн биз жакындаштырылган баалоону $P(t_{kp} \le T)$ жана Тны табабыз, Ляпуновдун теоремасынын негизинде кокустук чоңдук t_{kp} бөлүштүрүлүшүнүн нормалдык законунун негизинде, жыйынтык жетиштүү чоң сандагы критикалык жумуштар үчүн гана туура, ал эми каралган тармакта алардын саны 6.

Бирок, эсептөөнүн келтирилген методу татаал тармактагы чоң сандагы жумуштардын параметрлерин баалоодо принципиалдык жетишпегендикке ээ. Практикада $\sigma^2(L) > \sigma^2$ болгон учурлары да кездешет.

Ошондуктан, бир катар конкреттүү жумуштардын комплексинин шарттарын өзгөрткөндө жаңы критикалык жолдорго өтүү мүмкүн, алар эсептөөдө эске алынбайт. Берилген кокустук узактыктагы жумуштардын окуялары менен берилген тармактардын ортосундагы айырманы чаташтырууга болбойт. Акыркы айырмачылык тармактын өзүнүн структурасы менен байланыштуу.

Буга чейин каралган тармак белгиленген болуп эсептелет. Ага карабастан жумуштардын комплекси алдын ала белгисиз жыйынтыктан көз каранды болгон долбоорлор кездешет. Бул жумуштардын комплекси качан аткарылат алдын ала белгисиз, ал эми ыктымалдыгы алдын ала айтылышы мүмкүн. Мисалы, ар түрдүү кубаттуулуктагы ишканалардын курулушунун бир канча варианттары, бул сырьенун запасын изилдөөгө жараша каралышы мүмкүн. Мындай тармактар стохастикалык деп аталат.

Өз кезегинде стохастикалык тармактар кокустук узактыгы менен мүнөздөлөт.

§ 1.7 Жумуштун чыңалышынын коэффициенти Тармактык графикти оптималдаштыруу жана изилдөө

Жумуштардын убактысынын резервдерин жана критикалык жолду табуудан жана берилген убакытта долбоордун аткарылышынын ыктымалдыгын баалоодон кийин тармактык графикти ар тараптан анализдөө жүргүзүлүшү жана аны оптималдаштыруунун чаралары кабыл алынышы керек. Бул тармактык графиктерди иштеп чыгуунун өтө маанилүү этабы тармактык пландаштыруунун жана башкаруунун негизги идеясын ачып көрсөтөт. Ал тармактык графикти берилген убакыт менен жана долбоорду иштеп чыгуучу уюмдардын мүмкүнчүлүгү менен дал келтирилиши керек.

Алгач ирет жумуштун узактыгынын бааланышы гана берилген календардык тармактарды анализдөөнү жана оптималдаштырууну карайлы. Тармактык графикти анализдөө, тармактын топологиясын анализдөөдөн башталат, ал тармактык графикти түзүүнү текшерүүнү, жумушту тандоонун максатка ылайыктуулугун аныктоону, аларды бөлүп кароонун даражасын өзүнө камтыйт.

Андан кийин резервдердин чоңдугу боюнча жумуштарды группировкалоо жана классификациялоо жүргүзүлөт. Убакыттын толук резервинин чоңдугу критикалык эмес жолдогу жумуштарды аткаруу канчалык чыңалууда экендигин жетишерлик так мүнөздөөсү ар дайым мүмкүн эмес. Ал эсептелген резервдин жумуштардын удаалаштыгынын канчасына таркалышына, ал удаалаштыктын узактыгына көз каранды болот.

Критикалык эмес жолдогу ар бир жумуштун группасынын убактысында аткарылышынын кыйынчылыгынын даражасын жумуштардын чыңалышынын коэффициентинин жардамы менен аныктоого мүмкүн.

(i,j) жумушунун чыңалыш коэффициенти $K_ч$ деп жолдун кесиндилери дал келбеген узактыктын критикалык жолго болгон катышын айтабыз.

$$K_ч(i,j)=(t(L_{max})-t'_{кр})/(t_{кр}-t'_{кр}) \qquad (1.29).$$

Мында: $t(L_{max})$ – (i,j) жумушу аркылуу өтүүчү максималдык жолдун узактыгы;

$t_{кр}$—критикалык жолдун узактыгы (узундугу);

$t'_{кр}$—критикалык жол менен дал келген каралган жолдун кесиндисинин узактыгы.

(1.29) формуласын төмөнкүдөй түргө келтирүүгө болот.

$$K_ч(i,j)=1-R_{кеч}(i,j)/(t_{кр}-t'_{кр}), \qquad (1,30).$$

мында $R_{тол}(i,j)$-(i,j) жумушунун убактысынын толук резерви. $K_ч(i,j)$ чыңалыш коэффициенти 0 дөн 1ге чейин пределде өзгөрүшү мүмкүн.

1.4. Тармактык график үчүн (1,4) жумушунун чыңалыш коэффициентин тапкыла (1.6 сүрөт).

Чыгаруу:

1.5 те биз критикалык жолдун узундугу t_{kp}=61 сутка, ал эми (1.4) жумушу аркылуу өтүүчү максималдык —жол L_4 $0 \to 1 \to 4 \to 6 \to 9 \to 10 \to 11$ - $t(L_{max}) = t(L_4) = 49$ узактыкка ээ экендигин аныктадык. Максималдык жол L_4 критикалык жол менен (1.6-сүрөттү кара) $t'_{kp} = 9+6+13 = 28$ (сутка) узактыктагы $6 \to 9 \to 10 \to 11$ кесиндисине дал келет. (1.29) формуласын пайдаланып төмөнкүнү алабыз.

$$К_ч(1{,}4) = \frac{49-28}{61-28} = \frac{21}{33} \approx 0{,}64$$

же $R_{тол}$ (1.4)=12 жумуштун толук резервин билип (1.3) сүрөттү карап, (1.30) формула боюнча табабыз.

$$Кч(1.4) = 1 - \frac{12}{61-28} = \frac{21}{33} \approx 0{,}64\,.$$

Чыңалыш коэффициенти $К_ч$(i,j), бирге канчалык жакын болсо берилген жумушту белгиленген убакытта аткарыш ошончолук татаал.

$К_ч$ (i,j) нөлгө канчалык жакын болсо берилген жумуш аркылуу өтүүчү максималдык жол ошончолук чоң салыштырма резервге ээ болот.

Жумуш бирдей толук резервге ээ болушу мүмкүн, бирок чыңалыш коэффициенти $К_ч$(i,j) менен туюнтулган анын аткарылышынын убактысынын чыңалыш даражасы ар түрдүү болушу мүмкүн, же тескерисинче, ар түрдүү толук резервдерге бирдей чыңалыш коэффициенттери туура келет.

Тармактык график үчүн (3,6) жана (6,7) жумуштарынын толук резерви төмөндөгүгө барабар:

$R_{кеч}$ (3,6)= $R_{кеч}$(6,7)=10 (сутка)—1.3 таблицасын кара, ал эми алардын чыңалыш коэффициенти ар түрдүү.

$$К_ч(3{,}6) = 6/16 \approx 0{,}38, \qquad К_ч(6{,}7) = 9/19 \approx 0{,}47.$$

Бир жумуштун чоң толук резерви аны аткаруунун чыңалышынын кичине даражасы сөссүз болбошун күбөлөндүрбөйт. Каралган тармакта (1.6-сүрөттү кара) (2,7) жумуш (6,10)-жумушка салыштырганда чоң толук резервге ээ болсо дагы: $R_{тол}(2,7)=23>R_{тол}(6,10)=14$, же эки эсе чоң чыңалыш коэффициентине ээ: $K_ч(2,7)=25/48=0,52$ тескерисинче $K_ч(6,10)=5/19=0,26$.

Бул критикалык жол менен дал келбеген максималдык жолдордун кесиндилердин узактыгындагы жумуштардын толук резервдеринин ар түрдүү салыштырма салмагы менен түшүндүрүлөт.

Чыңалыштын эсептелген коэффициенти зона боюнча жумушту кошумча классификациялоого мүмкүндүк берет. $K_ч(i,j)$ чоңдугунан көз каранды үч зонага бөлүшөт: критикалык ($K_ч(i,j)>0,8$); критикалыктын алдында ($0,6<=K_ч(i,j)<=0,8$); резервдик ($K_ч(i,j)<0,6$).

Аткаруунун убактысын эсепке алуу менен берилген жумуштардын комплексин уюштуруунун аткарылышын жакшыртуу процесси тармактык графикти оптималдаштырууну түшүндүрөт.

Оптималдаштыруу ресурстарды рационалдуу пайдалануу, жумуштун чыңалыш коэффициентин барабарлоо, критикалык жолдун узундугун кыскартуу максатында жүргүзүлөт.

Биринчи кезекте критикалык жолдо жатуучу жумуштун узактыгын кыскартуу боюнча чаралар көрүлөт. Бул төмөндөгүлөр аркылуу жетишилет:

— убакыттык (критикалык эмес жолдогу убакыттын резервдерин пайдалануу) ошондой эле эмгектик, материалдык, энергетикалык (мисалы; аткаруучулардын бөлүгүн которуу, критикалык эмес жолдогу жабдыктарды критикалык жолго иштетүү) бардык түрдөгү ресурстарды кайра бөлүштүрүү, мында ресурстарды кайра бөлүштүрүү аз чыңалыштагы зоналардан чоң чыңалыштагы жумуштун зонасына карай кетиши керек;

— критикалык жумуштардын ордугун, убакыттык резервге ээ болгон башка жолдорго жумуштардын бөлүтөрүн берилиштин эсебинен кыскартуу аркылуу;

— критикалык жолдогу жумуштарды параллель аткаруу аркылуу;

— тармактын топологиясын кайра кароо, жумуштун куралын жана тармактын структурасын өзгөртүү аркылуу.

Жумуштун узактыгын кыскартуу процессинде критикалык жол өзгөрүшү мүмкүн жана мындан ары оптималдаштыруу процесси жаңы критикалык жолдогу жумуштун узактыгын кыскартууга багытталып канааттандырарлык жыйынтык алганга чейин улантылат.

Идеалык түрдө ар кандай толук жолдордун узундугу критикалык жолдун узундугуна барабар болушу керек. Анда бардык жумуштар барабар чыңалууда жүргүзүлөт. Ал эми долбоордун аяктоо убактысы маанилүү кыскартылат.

Статистикалык моделдештирүү методун пайдалануу эффективдүү болуп эсептелет, ал компьютерде тармактык графиктин ар түрдүү варианттарын кароого негизделген.

Бирок практикада түзүлгөн планды эффективдүү жакшыртуу аракетинде жумуштун наркын кошумча баалоону киргизүү зарыл.

§ 1.8 Тармактык графикти "убакыт-нарк" методу менен оптималдаштыруу

Тармактык графикти оптималдаштыруу чечилүүчү маселелердин толуктугуна жараша шарттуу түрдө жекече жана комплекстүү болуп бөлүнүшөт.

Тармактык графикти жекече оптималдаштыруунун түрү болуп жумушту комплекстик аткаруунун убактысын минималдаштыруу, долбоорду аткаруунун берилген убактысында жумуштун комплексинин наркын минималдаштыруу эсептелет.

Комплексттик оптималдаштыруу деп долбоорду аткаруунун убактысын жана наркынын чоңдугунун оптималдык катышын табууну айтабыз.

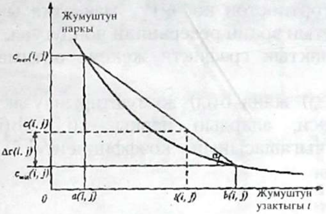
"Убакыт-нарк" методун колдонууда жумуштун узактыгын анын наркынын өсүшүнө пропорцианалдуу азайтуу сунуш кылынат.

Ар бир жумуш (i,j) узактык t(i,j) менен мүнөздөлөт:

$$a(i,j) <= t(i,j) <= b(i,j) \qquad (1.31)$$

мында a(i,j)—жумуштун минималдык мүмкүн узактыгы.
в(i,j)-жумушту аткаруунун нормалдык узактыгы.

Жумуштун узактыгы менен жумуштун наркынын ортосундагы көз карандылыктын графиги төмөндөгүдөй:



Жумуштун наркынын өзгөрүшүн анын узактыгынын кыскарышы аркылуу жеңил табууга болот.

$$\Delta c(i,j)=[b(i,j)-t(i,j)]*h(i,j) \qquad (1.32)$$

h(i,j)—жумушту тездетүүнүн чыгашасы

$$h(i,j)=tg б=(c_{max}(i,j)-c_{min}(i,j))\ /\ (b(i,j)-a(i,j)) \qquad (1.33)$$

Тармактык графикти жекече оптималдаштыруунун эң айкын варианты жумуштун резервдик убактысын пайдаланууну сунуш кылат.

Мында долбоорду аткаруунун наркы оптималдаштырганга чейин төмөнкүгө барабар.

$$C=\sum_{i,j} C(i,j) \qquad (1.34)$$

чоңдугу төмөндөгүдөй азаят

$$C=\sum_{i,j}\Delta c(i,j)=\sum_{i,j}[b(i,j)-t(i,j)]*h(i,j). \qquad (1.35)$$

Тармактык графикти жекече оптималдаштырууну жүргүзүш үчүн жумуштун узактыгынан тышкары a(i,j) жана b(i,j) чоңдуктарынын чек аралык маанисин, ошондой эле жумушту тездетүүнүн чыгашасынын h(i,j) көрсөткүчүн билүү зарыл.

Ошондой эле (1.33) формуласы боюнча эсептелүүчү $h(i,j)$ жумушун тездетүүчү чыгашанын көрсөткүчүн ар бир $t(i,j)$ жумушунун узактыгын тармактагы бардык окуялардын эрте убактысын өзгөртпөстөн көбөйтүү максатка ылайыктуу, б.а. $R_{эрк.}(i,j)$ убакыттын эркин резервинин чоңдугуна.

1.15. Тармактык графикти жекече оптималдаштырууну жүргүзгүлө
(1.6 сүрөт): $a(i,j)$ жана $b(i,j)$ жумуштарын узактыгынын чек аралык мааниси, алардын наркы, $c(i,j)$, $h(i,j)$ жумушун тездетүүнүн чыгашасынын коэффициенти 1.4 таблицада келтирилген.

Чыгаруу.

Жумуштун эркин резервдик убактысы $R_{эрк}(i,j)$ мурда эсептелген.

(1.3 таб. кара). Алардын нөлдүк эмес мааниси 1.4 таблицада берилген, каралган тармакты жекече оптималдаштыруунун жыйынтыгы ал жерде көрсөтүлгөн. Тармактык графиктин алгачкы вариантынын наркы же планы 1.34 формула боюнча бардык жумуштардын нарктарынын суммасына барабар. (1.4 таблицага кирбеген резервге ээ болгон жумуштарды эсепке албаганда):

$$C= 694+50+45+...+35+10=1216 \text{ (шарт. сом)}$$

Жаңы пландын наркы $C\text{-}\Delta C=1216\text{-}293=923$ (шарт.сом) барабар б.а. 25% ке азайган. Жаңы оптималдаштырган тармактык график 1.13 сүрөттө көрсөтүлгөн. Узундугу $t_{кр}=6$ (сутка) жаңы критикалык жолдордун пайда болгондугуна ишенсе болот, мисалы: $0\to1\to3\to4\to7\to10\to11$; $0\to3\to5\to8\to9\to11$; $0\to1\to3\to4\to6\to7\to10\to11$; $0\to3\to5\to6\to8\to9\to11$; ж. у.с.

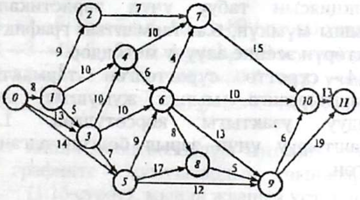
1.4 таблицасы.

№	Жум, (i,j)	Жумуштун узактыгы, сутка			Жум. эркин рез.убак, сутка $R_c(i,j)$	Жумуштун наркы c(i,j)	Жум. тездет. чыгаш коэф. h(i,j)	Долбоор. наркын азайтуу (шарт. сом) ?C(i,j)
		a(i,j)	t(i,j)	b(i,j)				
1	(0,5)	5	9	14	11	60	8	5*8=40
2	(1,4)	4	6	10	9	28	4	4*4=16
3	(1,3)	3	4	6	1	37	12	1*12=12
4	(2,7)	2	3	7	13	86	6	4*6=24
5	(3,6)	4	6	9	10	92	10	3*10=30
6	(4,7)	3	8	14	2	48	5	2*5=10
7	(4,6)	1	3	6	3	64	12	3*12=36
8	(5,8)	5	10	18	7	15	1	7*1=7
9	(5,9)	3	6	12	16	86	7	6*7=42
10	(6,10)	2	5	10	14	44	5	5*5=25
11	(7,10)	1	5	15	10	74	4	10*4=40
12	(8,9)	2	4	8	1	20	3	1*3=3
13	(9,11)	11	17	23	2	40	4	2*4=8
Итого						694	-	293

Эскертүү: 1. Убакыттын эркин резервине ээ болгон жумуштардын параметрлери таблицада келтирилген.

2. Калган жумуштардын наркы c(i,j); c(0,1)=50; c(0,3)=45; c(1,2)=82; c(3,4)=55; c(3,5)=72; c(5,6)=30; c(6,7)=26; c(6,9)=75; c(6,8)=42; c(9,10)=35; c(10,11)=10 (шарт. сом).

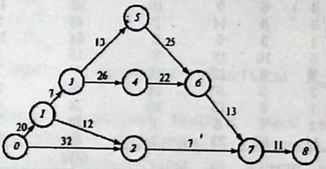
3. Убакыттын эркин резерви толук пайдаланылган жумуштар белгиленген.



(1.13 - сүрөт).

Тармактык графиктин вариантында 64 толук жолдун 28—критикалык экендигин көрсөтүүгө мүмкүн. Эгерде 1.4 таблицада жумуштун узактыгынын жогорку чеги бардык жумуштардын убакыттык резервин толук пайдаланууга мүмкүндүк берсе, анда жаңы планда бардык толук жолдор критикалык болушат.

Тармакты оптималдыштыруунун жыйынтыгында биз минималдык нарктагы С=923 (шарт.сом) жумуштардын комплексин $t_{кр}$=61 (сутка) убактысында аткарууга мүмкүндүк берүүчү планга келдик.



(1.14-сүрөт).

Долбоорду реалдык шартта аткарууда аны аткарууну тездетүү талап кылынат, бул долбоордун наркына табыйгый түрдө таасирин тийгизет: ал жогорулайт. Ошондуктан долбоордун наркы С жана аны аткаруунун узактыгы $t=t_{кр}$ нын ортосундагы оптималдаштыруунун катышын аныктоо зарыл, мисалы: С=С(t) функциясы түрүндө көрсөтүлгөн.

Тармакты оптималдаштыруу үчүн, жекече алганда, С(t) функциясын табуу үчүн эвристикалык методдор пайдаланышы мүмкүн, б.а. тармактык графиктердин жекече өзгөчөлүктөрүн эсепке алуучу методдор.

1.14 – сүрөттө сүрөттөлгөн тармактык графикти оптималдаштырганга, мында жумуштун мүмкүн болгон максималдуу узактыгы көрсөтүлгөн. 1.5 таблицада оптималдаштыруу үчүн зарыл болгон алгачкы чоңдуктар көрсөтүлгөн.

1.5 таблицасы.

№	Жумуш	Жумуштун узактыгы, сутка		Жумушту тездетүүдөгү чыгашанын коэффициенти h(i,j)	Жум.нарк. шарт.сом. C=(i.j) %% t(i,j)=b(i,j)
		Минималдык a(i,j)	Максималдык b(i,j)		
1	(0,1)	10	20	6	35
2	(0,2)	12	32	3	50
3	(1,2)	2	12	3	15
4	(1,3)	2	7	8	10
5	(2,7)	2	7	3	10
6	(3,4)	16	26	2	50
7	(3,5)	8	13	6	15
8	(4,6)	12	22	4	40
9	(5,6)	20	25	4	30
10	(6,7)	8	13	5	25
11	(7,8)	6	11	9	20
ИТОГО					300

Чыгаруу:

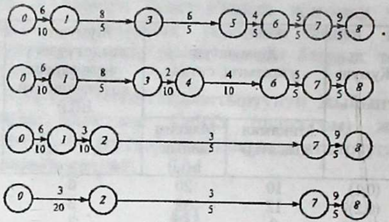
Оптималдаштыруу үчүн алгачкы (1.14-сүрөттү кара) план t(i,j)=b(i,j) жумуштарынын максималдык узактыгына ээ жана тиешелүү түрдө минималдык нарк C=300 (шарт. сом). Тармактык графиктин бардык толук жолдорун табабыз.

Алар төртөө:

L_1 $0\to1\to3\to5\to6\to7\to8$ $t(L_1)$=89 (сутка) узактыктагы;
L_2 $0\to1\to3\to4\to6\to7\to8$ $t_{kp}=t(L_2)$=99 (сутка) узактыктагы;
L_3 $0\to1\to2\to7\to8$ $t(L_3)$=50 (сутка) узактыктагы;
L_4 $0\to2\to7\to8$ $t(L_4)$=50 (сутка) узактыктагы;

Мындан кийин эсептөөлөрдүн ыңгайлуулугу үчүн бул жолдорду графикте жумуштардын чынжыры түрүндө көрсөтөбүз. (1.15-сүрөт), мында жаанын үстүндөгү цифралар жумушту тездетүүдөгү чыгашанын коэффициенттерин h(i,j) көрсөтөт, ал эми жаанын алдындагылар жумуштун узактыгын азайтуучу максималдуу мүмкүн болгон чоңдуктар:

$$\Delta c(i,j)=b(i,j)-a(i,j).$$



1.15-сүрөт.

I. кадам. Комплексти аткаруунун узактыгын $t_{кр}=t\ (L_2)$ критикалык жолдогу жумуштун узактыгын кыскартуунун эсебинен азайтуу. L_2 критикалык жолундагы жумуштардын ичинен h(i,j) тездетүүнүн эң аз чыгашалык коэффициентине (3,4) жумушу ээ: $h_{min}(i,j)=\min\{h(1,0);\ h\ 1,3);\ h(3,4);\ h(4,6);\ h(6,7);\ h(7,8)\}=\min\{6;\ 8;\ 2;\ 4;\ 5;\ 9\}=2$, б.а. $h_{min}(i,j)=h(3,4)=2$.

Мында бир гана (3,4) жумушу аркылуу өтүүчү жалгыз гана 4 жолдун ичинен L_2 критикалык жолдун узундугу өзгөрөт (99,89 суткага чейин). Ал эми (1,34) жана (1.35) формулаларын эсепке алганда (3,4) жумушунун тездешинин эсебинен долбоордун наркы 300+2*10=320 (шарт.сом) өсөт. Ошентип, I кадамда:

$$C=300+2*(99-t),\ \text{мында}\ 89\le t\le 99;$$

Жолдордун жаңы узундугу $t(L_1)=t(L_2)=89$; $t(L_3)=t(L_4)=50$ барабар.

II кадам. Эми биз L_1 жана L_2 эки критикалык жолуна ээ болобуз жана долбоордун аткарылуу убактысын, алардын узактыгын бир убакта кыскартуунун эсебинен кыскартууга мүмкүн. $t(L_1)$ жана $t(L_2)$ бир убакта бул жолдордо жатуучу жумуштардын узактыгын азайтып кыскартууга мүмкүн. (1.15 сүрөттү кара):

t (0,1) же t (6,7). t(7,8): t(6,7)ге токтолобуз, мында жумушту тездетүүнүн минумумдун чыгашасы камсыздалат

$h_{min}(i,j)=\min\{h(0,1);\ h(1,3);\ h(6,7);\ h(7,8)\}=\min\{6;\ 8;\ 5;\ 9\}=5$ б.а.

h_{min} (i,j) = h(6,7)=5.

T(i,j) Жумуштун узактыгын 5 суткадан көп эмес азайтууга мүмкүн. Бул чоңдукка $t(L_1)$ жана $t(L_2)$ критикалык жолдордун узундугу азаят, жана ошондой эле долбоорду аткаруунун убактысы $t=t(L_1)=t(L_2)$.

Мында долбоордун наркы 320 дан 320+5*5=345 (шарт. сом) го көбөйөт.

Ошентип II кадамда:

$$C=320+5(89-t), \text{ мында } 84 \le t \le 89;$$

$$t(L_1)=t(L_2)=84, \ t(L_2)=t(L_4)=50.$$

Жумуштун узактыгын кыскартууну мындай түрдө улантып III чү кадамды алабыз.

III кадам h_{min} (i,j)=min { h (0,1); h (1,3); h (7,8);}=min {6; 8; 9 }=6 б.а.

h_{min} (i,j) = h(0,1)=6.

Жумуштун t(0,1) узактыгын 10 суткага чейин кыскартып төмөнкүнү алабыз

$$C=345+6(84-t), \text{ мында } 74 \le I \le 84;$$

$$t(L_1)=t(L_2)=74; t(L_3)=40; t(L_4)=50.$$

IV кадам. Жумуштун t(1,3) узактыгын 5 суткага чейин кыскартып төмөндөгүнү алабыз (же табабыз).

$$C=405+8(74-t), \text{ мында } 69 \le t \le 74;$$

$$t(L_1)=t(L_2)=69, \ t(L_3)=40; t(L_4)=50.$$

V кадам. Жумуштун t(7,8) узактыгын 5 суткага чейин кыскартып төмөндөгүнү алабыз (h(7,8) =9 экендигин эске алабыз).

$$C=445+9(69-t), \text{ мында } 64 \le t \le 69;$$

$$t(L_1)=t(L_2)=64, \ t(L_3)=35; t(L_4)=45.$$

VI кадам. Эми үч критикалык жумуштардын узактыгы кыскартылбастан калды: L_1 критикалык жолундагы t(3,5) жана t(5,6) жумуштардын ар бирин 5 суткага чейин кыскартууга мүмкүн жана L_2 критикалык жолундагы t(4.6) жумуштарын 10 суткага чейин кыскартууга мүмкүн. Аталган чоңдуктардын ичинен кандайдыр бир бирөөнү кыскартуу долбоорду аткаруунун узактыгын кыскартууга алып келбейт, же мында эки жолдун бирөө гана кыскарат, ал эми кыскартылбаган жолдун узундугу жалгыз гана критикалык жол болуп калат, өзгөрбөйт. Ошондуктан t(4,6) жана t(5,6) -жумуштарын 5 суткага чейин удаалаш кыскартып (жумуштун узактыгынын убактысын кыскартуунун эсебинен) жумушту тездетүүнүн чыгашасынын коэффициенти h(4,6)+h(5,6)=4+4=8); табабыз:

$$C=490+8(64-t),\ \text{мында } 59 \le t \le 64;$$

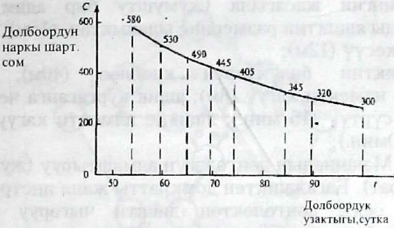
$$t(L_1)=t(L_2)=59,\ t(L_3)=35;\ t(L_4)=45.$$

VII кадам. t(4.6) жумушунун узактыгын 5 суткага чейин кыскартууга мүмкүн жана ошндой эле t(3,5)ти кыскартууга мүмкүн (антпесе долбоордун аткарылуу убактысы өзгөрүлбөйт). h(4,6)+h(3,5)=4+6=10 деп эсептеп төмөнкүнү табабыз:

$$C=530+10(59-t),\ \text{мында } 54=t=59$$

C(t) көз карандылыгынын графиги 1.16 сүрөттө көрсөтүлгөн.

Бул графиктин жардамы менен аны аткарууну ар кандай мүмкүн убактысында долбоордун минималдык наркын баалоого, ал эми экинчи жагынан анын берилген наркында долбоорду аткаруунун пределдик узактыгын табуу мүмкүн. Мисалы, долбоордун t=79 (сутка) узактыгында каралуучу комплексти аткаруунун минималдык наркы 375 (шарт. сом) түзөт, ал эми комплексти аткаруунун наркы мисалы, 540 (шарт. сом) болгондо долбоордун пределдик узактыгы 55 сутканы түзөт. C(t) функциясынын жардамы менен комплексти бүтүүрүнүн убактысын кыскартуу менен байланышкан кошумча чыгашаны баалоого мүмкүн. Ошентип долбоордун узактыгын 79 суткадан 55 суткага чейин кыскартуу 540-375=165 шарттуу сом кошумча чыгашаны талап кылат. (1.16 - сүрөт) .



1.16-сүрөт.

Ошентип биз тармактык графикти оптималдаштыруунун бирден бир мүмкүн болгон эвристикалык алгоритимдерин карадык (1.14 сүрөттү кара). Башка дагы алгоритимди пайдаланганга мүмкүн. Мисалы, максималдуу эмес t(i,j)=a(i,j) жумуштун узактыгынын минималдык маанисине ээ болгон, алгачкы (баштапкы) планды жана тиешелүү долбоордун максималдык наркын алабыз.

Жумуштун наркынын анын узактыгынан болгон сызыктуу көз карандылыгында оптималдуу тармактык графикти түзүү сызыктуу программалоону маселеси катарында белгилениши мүмкүн, мында долбоорду аткаруунун наркын минималдаштыруу зарыл. Биринчи группадагы чектүү ар бир жумуштун узактыгы (1.31) теңдешсиздиги менен орнотулган чекте жатышы мүмкүн. Экинчи группадагы чектүү тармактык графиктеги ар кандай толук жолдун узундугу долбоорду аткаруунун белгиленген директивдик убактысынан ашпоосун талап кылат. Бирок мындай маселелерди сызыктуу программалаштыруунун классикалык методдору менен чечүү эреже түрүндө эффективдүү эмес, буга байланыштуу атайын иштелип чыккан методдор пайдаланылат.

Көнүгүүлөр

1.7. 1.8 маселелерине тармактык график түзгүлө. Жумуштардын комплексин аткаруунун узактыгын, жумуш-жумуштардын жана окуялардын убакыттык мүнөздөмөлөрүн тапкыла. Кашада жумуштардын узактыгы көрсөтүлгөн.

Жыгач ящигин жасагыла (жумушту бир адам аткарат) Тактайларды ящиктин размерине ылайыктап (15м); Тактайды кесүү (12м);

Ящиктин бөлүктөрүн клейлөө (40м); Ящиктин капкагына илмекти кагуу (8м); ящик кургаганга чейин күтүү жана аны сүртүү (15 мин.); ящикке илмекти кагуу (капкагы менен) (10мин.);

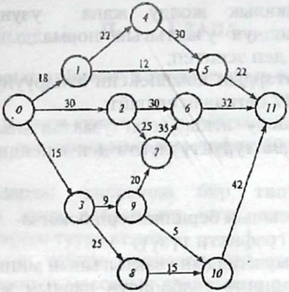
14.8. Машинанын дөңгөлөгүн алмаштыруу (жумушту эки адам аткарат). Багажниктен домкратты жана инструментерди алуу (40 сек); дөңгөлөктөн дискти чыгаруу (30 сек.); Дөөгөлөктү бошотуу (50сек.); машинанын алдына домкратты коюу (26сек.); машинаны көтөрүү (20 сек.); Багажниктен (кошумча), запасттык дөңгөлөктү алуу (25сек.); гайканы жана дөңгөлөктү алуу (20сек.); окко запасттык дөңгөлөктү орнотуу (10сек.); окко гайкаларды (анча катуу эмес) киргизүү (15сек.); машинаны түшүрүү жана домкратты жыйноо (25сек.); багажникке домкратты кайра коюу (10сек); окко акырына чейин гайкаларды бурап киргизүү (12сек.); багажникке инструменттерди жана жараксыз дөңгөлөктү коюу (40 сек.); ордуна дөңгөлөктүн дискасын коюу (10сек.).

1.9 Тармактык график үчүн (1.17–сүрөт) бардык толук жолдорду, критикалык жолду; жумуштардын башталышын жана аягын окуялардын эрте жана кеч бүтүш убактыларын эсептөө; жумуштардын убакыттык резервдерин окуялардын жана толук жолдордун убакыттык резервдерин аныктоону жана жумуштардын чыңалыш коэффициенттерин тапкыла.

1.10 Долбоорду аткаруунун убактысы (1.17 – сүрөттү кара), окуялардын жана жумуштун убакыттык резервдери, жумуштардын чыңалыш коэффициенттери, эгерде жумуштун $t(9,10)$ узактыгын: а) $R_т(9,10)$; b) R_1 (9,10); в) $R_э(9,10)$; г) $R_ч(9,10)$ чоңдуктарга көбөйткөндө кандай өзгөрүлөт ?

1.11 Долбоордун аткарылуу убактысы (1.17-сүрөттү кара), окуялардын жана жумуштардын убакыттык резерви, жумуштардын чыңалыш коэффициенти, эгерде ар бир $t(i,j)$ жумушунун узактыгын: а) $R_т(i,j)$; R_1 (i,j); $R_э(i,j)$; $R_ч(i,j)$ чоңдугуна көбөйткөндө кандай өзгөрүлөт ?

б),в),г) учурлары үчүн тармактык графиктин бардык критикалык жолдордун тапкыла.



1.17-сүрөт.

1.6-таблицада эксперттер жана жооптуу аткаруучулар тарабынан берилген тармактык графиктин жумуштарын аткаруунун убактысын баалоо көрсөтүлгөн.

1.6 таблицасы .

№	Жумуш узактыгы (i,j)	Жумушту аткаруунун убактысын баалоо		
		Оптимисттик $t_{бут.}(i,j)$	Пессимисттик $t_{кеч.(i,j)}$	өтө ыктымалдуу
1	(1,2)	5	9	6
2	(1,3)	2	7	5
3	(1,4)	4	10	8
4	(3,4)	9	14	11
5	(2,5)	7	13	10
6	(4,5)	1	4	3

Төмөнкүлөрдү аткаруу керек:

а) тармактык графикти түзүү;

б) жумуштардын узактыгынын орточо маанисин аныктоо;

в) критикалык жолду жана узундугун аныктоо; Критикалык жолдун узактыгын нормалдык закон боюнча бөлүштүрүлгөн деп эсептеп;

а) жумуштардын комплексин аткаруунун убактысынын ыктымалдыгы 17 суткадан ашпайт;

б) долбоору аткаруунун узактыгынын максималдык мааниси, аны 0,95 туруктуулукта деп ишендирүү мүмкүн деп тапкыла.

1.7 таблицасынын бериліштери боюнча тармактык графикти түзүү;

бардык жумуштардын узактыгынын минималдык мүмкүн болгон маанилеринде долбоордун наркын жана критикалык жолду аныктоо;

3) ошол эле убакытта бүтүүчү долбоордун минималдык наркын тапкыла;

4) аткаруунун узактыгына карата долбоордун наркынын оптималдык көз карандылыгын түзгүлө жана эсептегиле.

Таблица 1.7.

Жумуш	Жумушту аткаруунун нормалык планы, сутка		Жумушту эрте аткаруунун планы		Жумушту тездетүүдөгү чыгашанын коэффициенти
	min	max	Min	max	
(1,2)	4	5	2	15	5
(1,3)	4	3	2	11	4
(1,4)	12	150	9	180	10
(2,3)	6	11	5	30	19
(2,4)	7	18	6	30	12
(3,4)	10	10	8	20	5
(3,5)	24	147	19	212	13
(4,5)	10	4	7	25	7
(5,6)	3	2	2	5	3

II. ГЛАВА

Массалык тейлөөнүн теориясынын элементтери.

§ 2.1 Негизги түшүнүктөр. Массалык тейлөөнүн системасынын классификациясы

Операцияларды изилдөөдө бир типтүү маселелерди чечүүдө көп жолу пайдалануу үчүн арналган системалар менен кездешүүгө туура келет.

Бул процесс тейлөө процесси деп аталат. Ал эми бул система тейлөөнүн массалык системасы деп аталат. Мындай системанын мисалы болуп, телефондук системалар, оңдоочу устаканалар, эсептөө, комплекстери, кассалар, магазиндер, чач алуучу жайлар ж.б. эсептелет. Булар тейлөөнүн массалык системасы (ТМС)болуп эсептелет.

Ар бир тейлөөнүн массалык системасы белгилүү сандагы тейлөөчү бирдиктерден (приборлор, түзүлүштөр, пунктар, станциялар) турат. Буларды тейлөөнүн каналдары деп атайбыз. Каналдар болуп: байланыш линиялары, жумушчу точкалар, эсептөө машиналары, сатуучулар ж. б. эсептелет. Каналдардын саны боюнча ТМС бир каналдуу жана көп каналдуу болуп бөлүнүшөт. ТМСке билдирүү регулярдуу эмес, кокусунан түшөт. Бул керектөөнүн кокусунан болгон агымы деп аталат. Талапты тейлөө кандайдыр бир кокустук убактысында улантылат. Талаптын агымынын кокустук мүнөзү жана тейлөө убактысы ТМСтин бир калыпта эмес жүктөлүшүнө алып келет. Мисалы, убакыттын кандайдыр бир мезгилдеринде өтө көп сандагы талап чогулуп же башка мезгилде ТМС аз жүк менен иштейт же токтоп калат.

Массалык тейлөөнүн теориясынын предмети болуп математикалык моделдерди түзүү эсептелет. Мисалы, каналдардын саны, өндүрүмдүүлүгү, талаптын агымынын мүнөзү эске алынат. ТМСтин эффективдүүлүгүнүн көрсөткүчү катарында убакыт бирдигинде тейленген билдирүүлөрдүн орточо саны; кезектеги билдирүүлөрдүн орточо саны; тейлөөнү күтүүнүн орточо убактысы, тейлөөдөн баш тартуунун ыктымалдыгы пайдаланылат. ТМС эки негизги типке бөлүнөт: баш тартуусу бар ТМС; күтүүсү бар ТМС. ТМСти классификациялоодо тейлөөнүн дисциплинасы негизги мааниге ээ.

§ 2. 2 Марковдун кокустук процессинин түшүнүгү

ТМСнын иштөө процесси кокустук процесс болуп эсептелет.

Кокустук процесси деп (ыктымалдык), тиешелүү закон ченемдүүлүгү менен кандайдыр бир системанын абалынын убакыт ичинде өзгөрүү процесси түшүндүрүлөт.

Процесс дискреттик абалдагы процесс деп аталат, эгерде анын мүмкүн болгон S_1, S_2, S_3... абалдарын алдын ала эсептөөгө мүмкүн болсо, ал эми системанын абалдан - абалга өтүшү кирпик какканча (секирик түрүндө) болуп өтсө, процесс үзгүлтүксүз убакыттагы процесс деп аталат.

Эгерде системанын абалдан абалга мүмкүн болгон моменттери алдын ала белгиленбесе ал эми кокусунан болсо, ТМСтин иштөө процесси үзгүлтүксүз убакытта жана дискреттик абалдагы кокустук процесс болуп саналат. Бул ТМСтин абалы кандайдыр бир окуяны пайда болушун кокустук моменттеринин секирик түрүндө өзгөрүшүн түшүндүрөт (Мисалы: жаңы билдирүүнүн келиши, тейлөөнүн аякташы ж.б.у.с).

ТМСте математикалык анализдөө маанилүү жөнөкөйлөшөт, эгерде бул жумуш процесси марковдук болсо, кокустук процесс марковдук же тыянагы жок кокустук процесс деп аталат. Эгерде убакыттын ар кандай t_0 моменти үчүн процесстин ыктымалдык мүнөздөмөлөрү берилген t_0 моментинде анын абалынан көз каранды жана бул абалга системанын келишинен көз каранды эмес.

Марковдун процессинин мисалы: таксидеги счетчик S системасы, t моментиндеги системанын абалы бул моментке чейинки автомобилдин өткөн километрдин саны менен мүнөздөлөт. t_0 моментинде счетчик S_0 ду көрсөтөт.
$t>t_0$ моментинде счетчик S_1 км санын көрсөтөт.

Көпчүлүк процесстерди, жакындаштырган түрдө марковдук деп эсептөөгө болот: Мисалы, шахматтагы оюн процесси; система S-шахматтык фигуралардын группасы. Системанын абалы каршылаштын фигуралардын саны менен мүнөздөлөт.

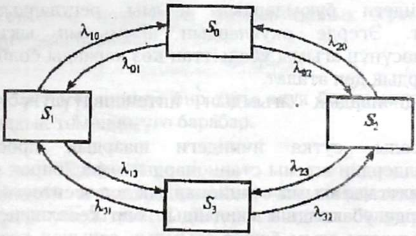
Бир катар учурларда каралган процесстердин тарыхы менен келип чыгышын эсепке албаса болот жана аларды окуп үйрөнүү үчүн марковдун моделин колдонобуз.

Дискреттик абалдагы кокустук процесстерди анализдөөдө абалдын графы деп аталган геометриялык схеманы пайдалануу ыңгайлуу. Көпчүлүк учурда системанын абалы тик бурчтук (тегеректе менен сүрөттөлөт), ал эми абалдан абалга мүмкүн болгон өтүүсү жаа менен мүнөздөлөт.

Төмөнкү кокустук процессинин абалынын графын түзгүлө:

S түзүлүшү эки түйүндөн турат, алардын ар бири убакыттын кокустук моментинде катардан чыгышы мүмкүн, андан кийин түйүндү оңдоо кирпик какканчалык башталат.

Чыгаруу: Системанын мүмкүн абалдары: S_0–эки түйүн оң. S_1-биринчи түйүн оңдолот экинчиси оң. S_2 –экинчи түйүн оңдолот биринчиси оңдолгон; S_3-эки түйүн тең оңдолот. Системанын графы 2.1 сүрөттө келтирилген.



2.1 сүрөт

Мисалы: жаа S_0 дөн S_1 ге карай багытталса биринчи түйүн иштен чыккан моментиндеги системага өтүү, S_1 ден S_0 гө—1 түйүндүн оңдолушу бүткөн моменттеги өтүүнү билдирет.

Графта S_0 дөн S_3 кө жана S_1 ден S_2 ге жаалар жок. Бул катардан түйүндөрдүн чыгышы биринчи эмес деп эсептелгендиги жана мисалы катардан түйүндүн бир убакытта чыгышынын ыктымалдыгы (S_0 дөн S_3 кө өтүү) же эки түйүндүн бир убакытта оңдолушунун бүтүшүн (S_3төн S_0 гө өтүү), эсепке албоого мүмкүн.

Дискреттик абалдагы марковдук кокустук процессин математикалык жазуу жана үзгүлтүксүз убакытта өтүүчү ТМС үчүн ыктымалдыктар теориясындагы маанилүү түшүнүктөрдүн бири окуялардын агымы түшүнүгү менен таанышыбыз.

§ 2.3 Окуялардын агымы

Убакыттын кандайдыр бир моментинде биринин артынан бири келүүчү бир тектүү окуялардын удаалаштыгынын агымы деп түшүнөбүз.

Мисалы: Телефондук станциядагы чакыруунун агымы, ЭЭМдин кабыл албоолорунун агымы, сатып алуучунун агымы ж.б. Агым λ интенсивдүүлүгү менен мүнөздөлөт. Ал убакыт бирдигинин ичинде ТМСте окуялардын келип чыгышынын жыштыгы болот. Эгерде окуя белгилүү убакыт аралыгында жүрсө регулярдык деп аталат. Мисалы, жыйноочу цехтин конвейриндеги буюмдардын агымы регулярдык болуп эсептелет. Эгерде окуялардын агымынын ыктымалдык мүнөздөмөсүнүн агымы убакыттан көз каранды болбосо, анда стационардык деп аталат.

Стационардык агымдын интенсивдүүлүгү турактуу чоңдук.

Мисалы, сутка ичиндеги шаардык проспекттеги автомобилдердин агымы стационардык эмес, бирок сутканын кээ бир сааттагы агымы стационардык деп эсептөөгө болот.

Эгерде убакыттын кандайдыр бир кесилишпеген эки интервалындагы агым башка агымдын санынан көз каранды эмес болсо, анда кедергиси жок агым деп аталат.

Мисалы, метродогу жүргүнчүлөрдүн агымы эрте мененки менен кечкиси башка агымга көз каранды эмес.

Сатып алуучулардын агымы бири- биринен көз каранды. (экинчиси ала албайт)

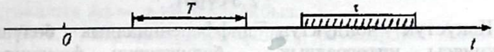
Мисалы, станциядагы келүүчү поездер ординардуу (өзүнчө), вагондордун агымы ординардуу эмес.

Эгерде окуялардын агымы стационардык болсо жөнөкөй деп аталат. Бул агым жөнөкөй математикалык жазууга ээ. Регулярдык агым жөнөкөй эмес.

Агымдын интенсивдүүлүгү: $\lambda_i (i=1.2,...,n)$

$$\lambda=\sum_{i=1}^{n} \lambda_i$$

Чектелбеген кокустук чекиттердеги окуялардын агымынын Ot убакыт огундагы жөнөкөй агымын карайбыз.



τ убактысында каалагандай участокто жаткан m окуяларынын саны үчүн жөнөкөй агым Пуассондун бөлүштүрүү законуна баш ийет.

$$P_m(\tau) = \frac{(\lambda\tau)^m}{m!} e^{-\lambda\tau}, \tag{2.1}$$

кокустук чоңдуктун математикалык күтүүсү анын дисперциясына барабар:

$$a = \sigma^2 = \lambda\tau$$

τ убактысы ичинде бир дагы окуя болуп өтпөсө (m=0) ыктымалдык төмөндөгүгө барабар.

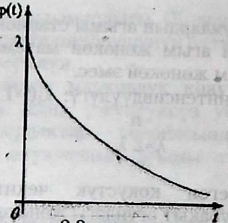
$$P_0(\tau)=e^{-\lambda\tau}, \tag{2,2}$$

жөнөкөй агымдын каалаган эки коңшу окуяларынын арасындагы убакыттын T интервалындагы бөлүштүрүлүшүн табабыз.

$$P(T \geq t)=e^{-\lambda t}, \tag{2,3}$$

карама каршы окуялардын ыктымалдыгы, б.а. T кокустук чоңдугунун интегралдык бөлүштүрүү функциясы.

$$F(t)=P(T<t)=1-e^{-\lambda t} \text{ барабар.} \tag{2.4}$$



2.3-сүрөт.

Кокустук чоңдуктун дифференциалдык бөлүштүрүү функциясы интегралдык бөлүштүрүү функциясынын туундусу болуп эсептелет.

$$\varphi(t)=F^{1}(t)=\lambda\, e^{-\lambda\tau}. \qquad (2.5)$$

Ыктымалдыктын тыгыздыгы менен берилген бөлүштүрүү же бөлүштүрүү функциясы көрсөткүчтүү (же экспоненциалдык) деп аталат.

Эки коңушу каалаган окуялардын ортосундагы убакыттын интервалы көрсөткүчтүү бөлүштүрүүгө ээ. Алар үчүн математикалык күтүү кокустук чоңдуктун орточо квадраттык четтөөсүнө барабар жана агымдын интенсивдүүлүгүнүн чоңдугуна тескери (λга тескери)

$$a = \sigma = 1/\lambda \qquad (2.6)$$

$\varphi(t)$ кокустук чоңдуктун ыктымалдуулугу λга барабар.

Көрсөткүчтүү бөлүштүрүүнүнүн маанилүү касиети төмөндөгүчө: эгерде көрсөткүчтүү бөлүштүрүү законуна баш ийген убакыттын аралыгы τ убакытка созулса, анда ал убакыттын калган бөлүгү (T- λ) бөлүштүрүү законуна эч кандай таасирин тийгизбейт.

л интенсивдүүлүгүндөгү жөнөкөй агым үчүн жок дегенде бир окуянын Δt убакыт аралыгына түшүү ыктымалдыгы төмөнкүгө барабар.

$$P_{\Delta t} = P(T< \Delta t) = 1\text{-}e^{-\lambda\Delta t} \approx \lambda\Delta t \qquad (2.7)$$

Бул жакындаштырылган формула $e^{-\lambda\Delta t}$ функциясын ажыратуунун биринчи эки мүчөсү менен алмаштыруудан алынат.

§ 2.4. Колмогоровдун теңдемеси. Абалдын пределдик ыктымалдыгы

Кокустук процессинин мисалында үзгүлтүксүз убакытта жана дискреттик абалдагы марковдун процессинин математикалык жазылышын карайбыз.

$\lambda_{i,j}$ (i,j = 0, 1,3); интенсивдүүлүгүндөгү окуялардын жөнөкөй агымдарынын таасиринин астында система S_i абалынан Sj абалына өтөт деп эсептелет.

Мында системанын S_0 абалынан S_1 абалына өтүшү биринчи түйүндүн агымын кабыл албашынын таасири астында өтөт. S_1 абалынан S_0 абалына тескери өтүү биринчи түйүндү ондоо аяктагандан кийин агымдын таасири астында өтөт. Бул абалдан системаны интенсивдүүлүгү суммалык жөнөкөй агымга барабар болгон агым менен чыгара алабыз.

i-чи абалдын ыктымалдыгы деп S_i абалында жайгашкан системанын t убакыт моментиндеги $p_i(t)$ ыктымалдыгын айтабыз. Бардык абалдардын ыктымалдыгынын суммасы каалаган t моментинде бирге барабар

$$\sum_{i=0}^{3} p_i(t)=1$$

убакыттын кичине Δt аралыгынын бирин Δt моментиндеги системаны карайбыз. t+Δt учурунда система S_o абалында болгондогу ыктымалдыгын p_o (t+Δt) менен табабыз. Буга түрдүү ыкмалар менен жетишебиз.

Система t моментинде p_o (t) ыктымалдыгы менен S_o абалында болгон, ал эми Δt убакыт ичинде андан чыккан эмес.

Бул абалдан системаны $(\lambda_{01}+\lambda_{02})$ интенсивдүүлүгү суммардык жөнөкөй агымга барабар. Мында ыктымалдык менен жакындаштырылган түрдө $(\lambda_{01}+\lambda_{02})\Delta t$ барабар. Ал эми система S_o абалынан чыкпоосунун ыктымалдыгы [1-$(\lambda_{01}+\lambda_{02})\Delta t$] га барабар. Биринчи ыкма боюнча системанын S_o

абалында болушунун ыктымалдыгы, ыктымалдыктарды көбөйтүү теоремасы боюнча төмөнкүгө барабар.

$$p_o(t)\ [1-(\lambda_{01}+\lambda_{02})\Delta t].$$

2. Система t моментинде $p_1(t)$ (же $p_2(t)$) ыктымалдыгы менен S_1 же S_2 абалында болгон жана Δt убактысынын ичинде S_o абалына өткөн, агымдын λ_{01} интенсивдүүлүгү менен (же λ_{02}) система S_o абалына жакындаштырылган түрдө $\lambda_{10}\,\Delta t$ (же $\lambda_{20}\Delta t$) ыктымалдыгы менен өтөт. Бул ыкма боюнча системанын S_o аблында болушунун ыктымалдыгы $p_1(t)\ \lambda_{10}\ \Delta t$ (же $p_2(t)\ \lambda_{20}\Delta t$).

Ыктымалдыктарды кошуунун теоремасын колдонуп, төмөнкүлөрдү алабыз.

$$p_o\,(t+\Delta t)= p_1\,(t)\ \lambda_{10}\,\Delta t+ p_2\,(t)\ \lambda_{20}\,\Delta t + p_o\,(t)\ [1-(\lambda_{01}+\lambda_{02})\ \Delta t],$$

Мындан, $$\frac{P_0(t+\Delta t)-P_0(t)}{\Delta t} = p_1\,(t)\ \lambda_{10}+ p_2\,(t)\lambda_{20} - (\lambda_{01}-\lambda_{02})\ p_o\,(t).$$

$\Delta t>0$ кезинде пределге өтүү менен теңдеменин сол бөлүндөгү $p'_o(t)$ туундусун алабыз (жөнөкөйлөтүү үчүн аны p'_o деп белгилейбиз):

$$p'_o= \lambda_{10}\,p_1+ \lambda_{20}p_2- (\lambda_{01}+\lambda_{02})\ p_o.$$

Ошентип, биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемени алдык, б.а. белгисиз функцияны, ошондой эле анын биринчи тартиптеги туундусун өз ичине алган теңдемени S системасынын башка абалдарын талкуулап, абалдын ыктымалдыктары үчүн Колмогоровдун дифференциалдык теңдемесинин системасын алабыз:

$$\begin{cases} p'_0=\lambda_{10}\,p_2+\lambda_{20}\,p_2-(\lambda_{01}+\lambda_{02})\,p_0, \\ p'_1=\lambda_{01}p_0+\lambda_{31}\,p_3-(\lambda_{10}+\lambda_{13})\,p_1, \\ p'_2=\lambda_{02}\,p_0+\lambda_{32}p_3-(\lambda_{20}+\lambda_{23})\,p_2, \\ p'_3=\lambda_{13}\,p_1+\lambda_{23}\,p_2-(\lambda_{31}+\lambda_{32})\,p_3, \end{cases} \qquad (2.9)$$

Колмогоровдун теңдемелсин түзүү эрежесин төмөнкүдөй түшүндүрөбүз: ар биринин сол жагында і-абалдын ыктымалдыктарынын туундусу турат. Ал эми оң жагында – бардык абалдардын ыктымалдыктарынын тиешелүү окуяларынын агымдарынын интенсивдүүлүгүнө көбөйтүндүлөрүнүн суммасынан системаны i-абалдан чыгаруучу ыктымалдыктардын бардык агымдарынын интенсивдүүлүктөрүнөн суммаларына көбөйтүндүсүн кемиткенден турат.

(2.9) системасында көз каранды эмес теңдемелер, теңдемелердин жалпы санынан бирге кичине. Ошондуктан, системаны чечүү үчүн (2.8) теңдемесин кошуу зарыл.

Дифференциалдык теңдемелерди чечүүнүн өзгөчөлүгү баштапкы шарт деп аталган, шарт берүүнү талап кылгандыгында турат, б.а. системанын абалынын алгачкы учурда t=0 ыктымалдыктары.

Ошентип, мисалы, (2.9) теңдемелер системасынын S_0 абалында турганда жана баштапкы учурда эки түйүн оңдолгон шартты чечүү, б. а. алгачкы шарттар $p_0(0) = 1$, $p_1(0) = p_2(0) = p_3(0) = 0$ болгондо Колмогоровдун теңдемеси абалдардын бардык ыктымалдыгын убакыттын функциясы катарында табуу мүмкүнчүлүгүн берет. Пределдик стационардык режимде системанын ыктымалдыгы $p_i(t)$ өзгөчө кыйынчылыкты туудурат, б.а.

$t \to \infty$ де абалдын ыктымалдыгы пределдик (же финалдык) деп аталат.

Кокустук процесстеринин теориясында, эгерде системанын абалдарынын саны акыркы жана алардын ар биринен каалаган башка абалдарга өтүү мүмкүн болсо анда пределдик ыктымалдыктары жашайт деп далилденет.

S_1 абалынын пределдик ыктымалдыгы так мааниге ээ: ал бул абалда системанын орточо салыштырмалуу убакытта болушун көрсөтөт. Мисалы, эгерде абалдын пределдик ыктымалдыгы S_0 болсо, б.а. $p_0 = 0,5$, анда бул система убакыттын орточо жарымында S_0 абалында тургандыгын билдирет.

Ошондой эле пределдик ыктымалдыктар турактуу, анда Колмогоровдун теңдемеси алардын туундуларынын нөлдүк маанилери менен алмаштырып стационардык режимди жазуучу сызыктуу алгебралык системасын алабыз. 2.1-сүрөттө сүрөттөлгөн абалдардын графында S системасы үчүн төмөндөгүдөй теңдемелер системасына ээ:

$$\begin{cases} (\lambda_{01}+\lambda_{02})\,p_0 = \lambda_{10}p_1 + \lambda_{20}\,p_2, \\ (\lambda_{10}+\lambda_{13})\,p_1 = \lambda_{10}p_0 + \lambda_{31}\,p_3, \\ (\lambda_{20}+\lambda_{23})\,p_2 = \lambda_{02}p_0 + \lambda_{32}\,p_3, \\ (\lambda_{31}+\lambda_{32})\,p_3 = \lambda_{13}p_1 + \lambda_{23}\,p_2, \end{cases} \quad (2.10)$$

(2.10) системасын түздөн түз абалдардын белгиленген графы боюнча түзүүгө мүмкүн, эгерде төмөндөгү эрежени жетекчиликке алсак, ага ылайыктуу теңдеменин сол жагында бул абалдын пределдик ыктымалдыгы p_i нин бул абалдан чыгуучу бардык агымдардын суммалык интенсивдүүлүгүнө болгон көбөйтүндүсүнөн турат, ал эми оң жакта i- абалга кирүүчү бардык агымдардын интенсивдүүлүгүнүн көбөйтүндүлөрүнүн суммасынын ыктымалдыгына болгон көбөйтүндүсүнөн турат.

2.2. 2.1 маселесинин S системасы үчүн пределдик ыктымалдыктарды тапкыла, алардын абалынын графы 1.1-сүрөттө келтирилген, мында

$$\lambda_{01}=1,\ \lambda_{02}=2,\ \lambda_{10}=2;\ \lambda_{13}=2,\ \lambda_{20}=3,\ \lambda_{23}=1,\ \lambda_{31}=3,\ \lambda_{32}=2.$$

Чыгаруу.

Берилген система үчүн стационардык режимди жазуу алгебралык теңдемелердин системасы, (2.10) түргө ээ же

$$\begin{cases} 3p_0 = 2p_1 + 3p_2, \\ 4p_1 = p_0 + 3p_3, \\ 4p_2 = 2p_0 + 2p_3, \\ p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1. \end{cases} \quad (2.11)$$

(2.11) системасын чечип $p_0 = 0.40$, $p_1 = 0{,}20$, $p_2 = 0{,}27$, $p = 0{,}13$ алабыз, б.а. S системасын пределдик, стационардык режиминде орточо 40% убакыт S_0 абалында болот (эки түйүн оңдолгон) 20%- S_1 абалында (1-түйүн оңдолуп жатат, экинчиси иштейт), 27%-S_2 абалында (1- түйүн иштеп, экинчиси оңдолот) жана 13% убакыт- S_3 абалында (эки түйүн оңдолуп жатат).

2.3. 2.1 жана 2.2 маселелеринин шарттарында S системасынын стационардык режиминде пайдаланылгандагы орточо таза кирешени тапкыла, эгерде бирдик убакытта биринчи жана экинчи түйүндөрдүн оңдолгон жумушу 10 жана 6 акчалык бирдикке киреше алып келиши белгилүү болсо, ал эми аларды оңдоо 2 жана 4 акчалык бирдик чыгашасын талап кылат. Эгерде ар бир түйүндү оңдоодогу чыгашаны эки эсе көбөйтсөк, ар бир эки түйүндү оңдоонун орточо убактысын эки эсе азайтууга мүмкүнчүлүк берүүчү экономикалык эффективдүүлүктү баалагыла (бирдик убакытта).

Чыгаруу:
2.2 маселеде биринчи түйүн орточо убакыттын үлүшүндө оңдолуу иштейт,
p_0+p_3 =0,40 +0,27 =0,67, ал эми экинчи түйүн – p_0+p_1= 0,40 +0,20 = 0,60.

Бул убакытта биринчи түйүн орточо убакыттын үлүшүндө $p_1=p_3$ = 0,20 + 0,13 = 0,33 оңдоодо турат, ал эми экинчи түйүн p_2 + p_3 = 0,27 + 0,13 =- 0,40. Ошондуктан, системаны пайдалангандагы бирдик убакыттагы орточо таза киреше, б.а. киреше жана чыгашанын ортосундагы айырма төмөндөгүгө барабар:

$$Д=0,67*10+0,60*6-0,33*4-0,40*2 =8,18 \text{ акча.бирд.}$$

Ар бир түйүндү оңдоонун орточо убактысын эки эсе азайтуу (2.6) негизинде ар бир түйүндү оңдоп бүтүүдө агымды интенсивдүүлүгүн эки эсе көбөйтүүнү түшүндүрөт б.а. эми

λ_{10} =4, λ_{20}=6, λ_{31}=6, λ_{32}=4 жана 2.8 нормаланган шарты менен бирге S системасынын стандарттык режимин жазуучу, 2.10 сызыктуу алгебралык теңдемелердин системасы төмөнкүдөй түргө келет:

$$\begin{cases} 3p_0 = 4p_1 + 6p_2, \\ 6p_1 = p_0 + 6p_3, \\ 7p_2 = 2p_0 + 4p_3, \\ p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1. \end{cases}$$

системаны чечип, p_0= 0,60, p_1=0,15, p_2=0,20, p_3=0,05 алабыз.

p_0+p_1=0,60+0,15=0,75, P_0+P_2=0,60+0,20=0,80, p_1+p_3 –0,15+0,05=0,20, p_2+p_3=0,20+0,05=0,25 экендигин эске алып, ал эми биринчи жана экинчи түйүндөрдү оңдоонун чыгашасы тиешелүү түрдө 8 жана 4 акча. бирд. түзөт, бирдик убакыттагы орточо таза кирешени эсептейбиз:

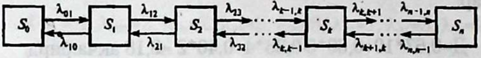
$$Д_1 = 0{,}80*10+0{,}75*6-0{,}20*8-0{,}25*4=9{,}9 \text{ акч.бирд.}$$

Ошентип $Д_1$ Д дан чоң (жакындаштырылган түрдө 20%), анда түйүндөрдү оңдоону ылдамдатуунун экономикалык максатка ылайыктуулугу ачык (же көрүнүп турат).

§ 2.5 Көбөйүү жана жоголуу процесси

Массалык тейлөө теориясында көбөйүү жана жоголуу процесси деп аталган кокустук процесстеринин атайын классы кеңири таралган. Бул процесстин аты бир катар биологиялык маселелер менен байланышкан. Мында ал биологиялык түрлөрдүн санынын өзгөрүшүнүн математикалык модели болуп эсептелет.

Көбөйүү жана жоголуу процессинин абалынын графы төмөндөгү түргө ээ:



2.4-сүрөт.

S_0, S_1, $S_2, \ldots$, S_k системасынын иреттелген көптүгүнүн абалын карайбыз. Окуялардын баардык агымына тиешелүү: $\lambda_{k,k+1}$, же $\lambda_{k+1,k}$ интенсивдерине туура келүүчү окуялардын агымын карайбыз. Окуялардын бардык агымына тиешелүү.

S_0 абал үчүн

$$\lambda_{01}p_0 = \lambda_{10}p_1 , \qquad (2.12)$$

S_1 үчүн $-(\lambda_{12}+\lambda_{10})p_1 = \lambda_{01}p_0 + \lambda_{21}p_2,$ жогорудагы формуланы эске алуу менен

$$\lambda_{12}p_1 = \lambda_{21}p_1. \qquad (2.13)$$

$$\begin{cases} \lambda_{01}p_0 = \lambda_{10}p_1, \\ \lambda_{12}p_1 = \lambda_{21}p_2, \\ \lambda_{k-1,k}p_{k-1} = \lambda_{k,k+1}p_k, \\ \lambda_{n-1,n}p_{n-1} = \lambda_{n,n+1}p_n, \end{cases} \qquad (2.14)$$

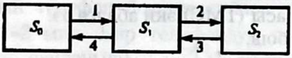
(2,14) , (2,15) формуласынан

$$p_0+p_1+p_2+\ldots+p_n=1. \qquad (2.15)$$

$$po=\left(1+\frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}}+\frac{\lambda_{12}\,\lambda_{01}}{\lambda_{21}\,\lambda_{10}}+\ldots+\frac{\lambda_{n-1,n}\ldots\lambda_{12}\,\lambda_{01}}{\lambda_{n,n-1}\ldots\lambda_{21}\,\lambda_{10}}\right)^{-1}, \qquad (2.16)$$

$$p1=\frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}}\,po,\; p2=\frac{\lambda_{12}\lambda_{01}}{\lambda_{12}\lambda_{10}}\,po,\ldots,p_n=\frac{\lambda_{n-1,n}\ldots\lambda_{12}\lambda_{01}}{\lambda_{n,n-1}\ldots\lambda_{21}\lambda_{10}}\,po. \qquad (2.17)$$

2.4. Көбөйүү, жоголуу процесси граф менен көрсөтүлгөн. Абалдын пределдик ыктымалдыгын табабыз.



2.5- сүрөт.

Чыгаруу . (2.16) формуласы боюнча

$$p_0=\left(1+\frac{1}{4}+\frac{2*1}{3*4}\right)^{-1}=0,706,$$

$$p_1=\frac{1}{4}0,706=0,176, \quad p_2=\frac{2*1}{3*4}0,706=0,118,$$

Башкача айтканда, турукташкан стационардык режимде орточо алганда 70.6% убакыт, система S_0 абалында болот. S_1 абалында 17.6 % , S_2 абалында 11.8 % болот.

§ 2.6 Кабыл албоочу ТМС

Кабыл албоочу ТМСтин эффективдүү көрсөткүчү катарында төмөндөгүлөрдү карайбыз:

A-ТМСтин абсолюттук өткөрүү жөндөмдүүлүгү, б.а. бирдик убакыттагы тейленүүчүлөрдүн билдирүүлөрүнүн орточо саны;

Q- салыштырмалуу өткөрүү жөндөмдүүлүгү, б.а. система тарабынан тейленүүчүлөрдүн билдирүүлөрүнүн орточо үлүшү;

$P_{к.а}$ – кабыл албоонун ыктымалдыгы, б.а. билдирүү ТМСтен тейленбестен кетет.

$\bar{k}$ – ээленген каналдардын орточо саны (көп каналдуу системалар үчүн).

Кабыл албоочу бир каналдуу система. Маселени карайбыз.

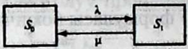
[Бир канал бар, ага λ интенсивдүүлүгүндөгү билдирүүлөрдүн агымы келип түшөт. Тейлөөлөрдүн агымы μ интенсивдүүлүгүнө ээ. Системанын абалдарынын пределдик ыктымалдыгынын жана анын эффективдүүлүгүнүн көрсөткүчүн тапкыла.

S системасы (ТМС) эки абалга ээ:

S_0 – каналы бош,

S_1 – каналы жабык.

Абалдардын белгиленген графы 2.6 сүрөттө көрсөтүлгөн



2.6-сүрөт.

Пределдик, стационардык режимде ыктымалдык абалдар үчүн алгебралык теңдемелердин системасы төмөндөгүгө ээ.

$$\begin{cases} \lambda p_0 = \mu p_1 \\ \mu p_1 = \lambda p_0 \end{cases} \qquad (2.18)$$

башкача айтканда система бир теңдемеге айланат. Нормалоочу шартты эске алсак, $p_0+p_1=1$ (2.18) ден абалдардын пределдик ыктымалдыгын табабыз.

$$\rho_0 = \frac{\mu}{\lambda+\mu}, \quad \rho_1 = \frac{\lambda}{\lambda+\mu}, \qquad (2.19)$$

Алар системанын S_0 жана S_1 абалдарына келишинин орточо салыштырмалуу убактысын туюндурат, б.а. системанын салыштырмалуу өткөрүү жөндөмдүүлүгү Q жана кабыл албоонун ыктымалдыгы $P_{к.а.}$ аныктайт.

$$Q = \frac{\mu}{\lambda+\mu}, \qquad (2.20)$$

$$P_{к.а.}=\frac{\lambda}{\lambda+\mu}. \qquad (2.21)$$

Абсолюттук өткөрүү жөндөмдүүлүгүн, салыштырма өткөрүү жөндөмдүүлүк Qну кабыл албоолордун агымынын интенсивдүүлүгүнө көбөйтүү менен табабыз.

$$A=\frac{\lambda}{\lambda+\mu}.м \qquad (2.22)$$

Телевидениенин ательесинде телефондук сүйлөшүүлөргө билдирүүлөр λ интенсивдүүлүгүндө келип түшөт, саатына 90 билдирүү, ал эми телефон боюнча сүйлөшүүлөрдүн орточо узактысы $\bar{t}_{тейл.}$ =2 мин. Бир телефондун номери болгондо (телефондук байланыш) ТМСтин жумушунун эффективдүүлүгүнүн көрсөткүчүн аныктагыла.

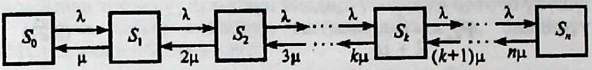
Чыгаруу: λ=90(1/ с), $\bar{t}_т$=2мин. Тейлөөлөрдүн агымынын интенсивдүүлүгү м=1($t_т$=1/2=0.5/1/мин)= 30(1/ч).(2.20) боюнча ТМСтин салыштырмалуу өткөрүү жөндөмдүүлүгү Q=30/(90+30)=0.25, башкача айтканда, телефон боюнча сүйлөшүүлөр орточо келип түшкөн билдирүүлөрдүн 25% ти гана ишке ашат. Тейлөөдө кабыл албоонун ыктымалдыгы $P_{к.а.}$=0.75 (2.21-сүрөттү кара). ТМСтин абсолюттук өткөрүү жөндөмдүүлүгү (2.29) боюнча A=90*0,25=22.5, башкача айтканда орточо бир саатта сүйлөшүүлөрдө 22,5 билдирүү тейленет. Бир гана телефон номери болгондо ТМС билдирүүлөрдүн агымы менен начар иштейт.

Кабыл албоонун көп каналдуу системасы. Эрлангдын классикалык маселесин карайбыз.

n каналы бар, ага λ интенсивдүүлүгүндөгү билдирүүлөрдүн агымы келип түшөт. Тейлөөлөрдүн агымы λ интенсивдүүлүгүнө ээ. Системанын абалдарынын пределдик ыктымалдыктарын жана анын эффективдүүлүгүнүн көрсөткүчүн тапкыла.

S системасы (ТМС) төмөндөгүдөй абалдарга ээ. $S_0, S_1, \ldots S_k \ldots S_n$, мында S_k- системанын абалы, анда k билдирүүсү жатса, б.а. k каналдар ээлеген.

ТМСтин абалдарынын графы жоголуу жана көбөйүү процессине дал келет жана 2.7- сүрөттө көрсөтүлгөн.



2.7-сүрөт .

Билдирүүлөрдүн агымы системаны каалаган сол абалынан λ интенсивдүүлүгүндөгү оң коңшу абалына удаалаш которот. Тейлөөнүн агымынын интенсивдүүлүгү системаны каалаган оң абалынан коңшу сол абалына которууда, абалдан көз каранды ар дайым өзгөрөт.

Эгерде ТМС S_2 абалында болсо (эки канал ээлеген), анда ал S_1 абалына өтүшү мүмкүн (бир канал ээлеген), качан же биринчи же экинчи каналды тейлөө бүтсө, башкача айтканда, алардын тейлөөлөрүнүн агымынын суммалык интенсивдүүлүгү 2 мин болот. ТМСти S_3 абалынан (үч канал ээлеген) S_2 ге которуучу тейлөөлөрдүн суммалык агымы 3μ интенсивдүүлүгүнө ээ болот, б. а. каалаган үч каналдын бошошу мүмкүн ж.б.у.с.

Жоголуу жана көбөйүү схемасы үчүн 2.16 формуласынан абалдын пределдик ыктымалдыгы үчүн төмөндөгүнү алабыз;

$$p_0=\left(1+\frac{\lambda}{\mu}+\frac{\lambda^2}{2!\,\mu^2}+\ldots+\frac{\lambda^\kappa}{\kappa!\,\mu^\kappa}+\ldots+\frac{\lambda^n}{n!\,\mu^n}\right)^{-1}, \qquad (2.23)$$

Мында $\frac{\lambda}{\mu}, \frac{\lambda^2}{2!\,\mu^2}, \ldots, \frac{\lambda^n}{n!\,\mu^n}$ - ажыроо мүчөлөрү.

$$\rho=\frac{\lambda}{\mu} \qquad (2.24)$$

чоңдугу билдирүүлөрдүн агымынын келтирилген интенсивдүүлүгү же каналдын жүгүнүн интенсивдүүлүгү деп аталат. Ал бир билдирүүнү тейлөөдө орточо убакытта туура келүүчү, билдирүүлөрдүн орточо саны туюнтулат. Эми:

$$p_0=\left(1+\rho+\frac{\rho^2}{2!}+\ldots+\frac{\rho^\kappa}{\kappa!}+\ldots+\frac{\rho^n}{n!}\right)^{-1}, \qquad (2.25)$$

$$p_1=\rho p_0, \quad p_2=\frac{\rho^2}{2!}p_0, \ \ldots, \ p_\kappa=\frac{\rho^\kappa}{k!}p_0, \ \ldots, \ p_n=\frac{\rho^n}{n!}p_0 \qquad (2.26)$$

Пределдик ыктымалдыктар үчүн (2.25) жана (2.26) формулалары массалык тейлөө теориянын негиздөөчүсүнүн урматына Эрлангдын формуласы деген атты алды.

ТМСтин кабыл албоосунун ыктымалдыгы системанын бардык n каналдарын ээлегендеги пределдик ыктымалдыгы болуп саналат, башкача айтканда:

$$P_{\text{ка}}=\frac{\rho^n}{n!}p_0. \qquad (2.27)$$

Салыштырмалуу өткөрүү жөндөмдүүлүгү - билдирүү тейленгендеги ыктымалдык:

$$Q=1-P_{\text{отк}}=1-\frac{\rho^n}{n!}p_0. \qquad (2.28)$$

Абсолюттук өткүрүү жөндөмдүүлүгү:

$$A=\lambda Q=\lambda\left(1-\frac{\rho^n}{n!}p_0\right). \qquad (2.29)$$

Ээленген каналдардын орточо саны $\bar{k}$ - ээленген каналдардын санынын математикалык күтүүсү эсептелет:

$$\bar{k}=\sum kp_k.$$

мында p_k- (2.25), (2.26) формулалары боюнча аныкталуучу абалдардын пределдик ыктымалдыгы.

Бирок ээленген каналдардын орточо санын жөнөкөй, эгерде системанын абсолюттук өткөрүү жөндөмдүүлүгү А, система тарабынан тейленген билдирүүлөрдүн агымынын интенсивдүүлүгү катарында эсептелет (бирдик убакытта). Ошентип ар бир ээленген канал орточо μ билдирүүлөрдү тейлейт (бирдик убакытта), анда ээленген каналдардын орточо саны

$$\bar{k}=\frac{A}{\mu} \qquad (2.30)$$

же (2.29), (2.24):

$$\bar{k}=\rho\left(1-\frac{\rho^n}{n!}p_0\right). \qquad (2.31)$$

2.6. Оптималдуулуктун шартты орточо ар бир 100 билдирүүдөн аз эмес сүйлөшүлгөн билдирүүлөр канааттандырылды деп эсептеп, 2.5 маселесинин шарттына

телевизордук ательедеги телефондук номерлердин оптималдык санын аныктагыла.
Чыгаруу:
(2.25) формуласы боюнча каналдын жүгүнүн интенсивдүүлүгү ρ=90/30=3, б.а. орточо телефондук сүйлөшүүлөрдүн убактысында

$\bar{t}_{тей}$=2мин. сүйлөшүүгө орточо 3 билдирүү келип түшөт.

Акырындык менен каналдардын санын көбөйтөбүз (телефондук номерлерди) n=1,2,3,4… (2.25),(2.28),(2.29) формулалары боюнча n каналдуу ТМС үчүн тейлөөнүн мүнөздөмөлөрүн аныктайбыз . Мисалы , n= 2 учурунда $p_0=(1+3+3^2/2!)^{-1}=0{,}118 \approx 0{,}12$; $Q=1-(3^2/2!)*0{,}118=0.471\approx0{,}47$; A=90*0,471=42,4 ж.у.с.
ТМСтин мүнөздөмөлөрүнүн маанисин 2.1 таблицада келтиребиз.

2.1 таблицасы

Тейл. мүнөз.	Каналдардын саны (тел. номери)					
	1	2	3	4	5	6
Сал. өтк. жөн.Q	0,25	0,47	0,65	0,79	0,90	0,95
Абсол. өтк.жөн.А	22,5	42,4	58,8	71,5	80,1	85,3

Оптималдуулуктун шартты боюнча Q=0,9, ошондуктан телевизордук ательеде 5 телефон номерлерин орнотуу зарыл (Q=0,9—2.1 таблицаны кара). Мында бир саатта орточо 80 билдирүү тейленет (A=80,1), ээленген телефон номерлеринин орточо саны (каналдар) (2.30) формула боюнча к=80,1/30=2,67.

Үч ЭЭМдүү коллективдүү пайдаланыштагы эсептөө жумуштарына билдирүү келип түшөт. Эгерде бардык үч ЭЭМ иштесе, анда кайрадан түшүүчү билдирүү кабыл алынбайт, ишкана айласыздан башка эсептөө борборуна кайрылышы керек. Бир билдирилүүчү жумуштун орточо убактысы 1 саатты түзөт, билдирүүлөрдүн агымынын интенсивдүүлүгү 0,25 (1/саат). Абалдын пределдүү ыктымалдыгын жана эсептөө борборунун жумушунун эффективдүүлүгүнүн көрсөткүчүн тапкыла.

Чыгаруу: шарт боюнча n=3, λ=0,25(1/саат), $\bar{t}$ тейл.=3(саат).
Тейлөөнүн агымынын интенсивдүүлүгү $\mu=1/\bar{t}_{тейл}$=1/33=0,33
(2.24) формуласы боюнча ЭЭМдин жүгүнүн интенсивдүүлүгү p=0,25/0,33=0,75. Абалдын пределдик ыктымалдыктарын табабыз. (2.25) формуласы боюнча:

$p_o=(1+0,75+0,75^2/2!+0,75^3/3!)^{-1}=0,476$; (2.26)формула боюнча,
$p_1=0,75*0,476=0,357$; $p_2=(0,75^2/2!)*0,476=0,134$;
$p_3=(0,75^3/3!)*0,476=0,033$,

б.а. эсептөө борборунун жумушунун стационардык режиминде орточо 47,6% убакытта бир да билдирүү жок, 35,5%– бир билдирүү бар (бир ЭЭМ ээленген), 13,14%–эки билдирүү (эки ЭЭМ), 3,3%-убакытта үч билдирүү (үч ЭЭМ ээленген).

Кабыл албоонун ыктымалдыгы (качан бардык үч ЭЭМ ээленгенде), ошентип $p_{кат}=p_3$=0,33.

(2.28) формуласы боюнча борбордун салыштырмалуу өткөрүү жөндөмдүүлүгү Q=1-0,033=0,967, б.а. орточо ар бир 100 . билдирүүлөрдүн эсептөө борбору 96,7 . билдирүүнү тейлейт.

Формуласы боюнча борбордун абсолюттук өткөрүү жөндөмдүүлүгү A=0,125*0,967=0,242, б.а. бир саатта орточо 0,242 . билдирүү тейленет.
формуласы боюнча ээленген ЭЭМдин орточо саны $\bar{k}$=0,242/0,33=0,725, б.а. ар бир үч ЭЭМ орточо 72,5/3=24,2% билдирүүлөрдү тейлөө менен бошобойт.
Эсептөө борборунун жумушунун эффективдүүлүгүн баалоодо кымбат баалуу ЭЭМдин туруп калышынан жоготууларды, билдирүүлөрдү аткаруудан түшкөн киреше менен салыштыруу зарыл (бир жагынан, бизде ТМСтин жогорку өткөрүү жөндөмдүүлүгү, экинчиден тейлөө каналдарынын токтоп туруп калышы) жана тең күчтүү чечимди тандоо керек.

§ 2.7 ТМС күтүү менен (кезек менен)

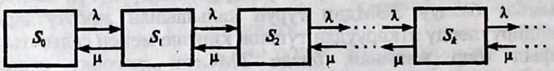
Күтүү менен ТМСтин эффективдүүлүгүнүн көрсөткүчү катарында белгилүү көрсөткүчтөр–абсолюттук A жана салыштырмалуу Q өткөрүү жөндөмдүлүгү, кабыл албоонун ыктымалдыгы $P_{к.албоо}$ ээленген каналдардын орточо саны $\bar{k}$ дан тышкары (көп каналдуу системалар үчүн) төмөндөгүлөрдү карайбыз; $L_{сист.}$-системадагы билдирүүлөрдүн орточо саны; $T_{сист}$.- системадагы билдирүүлөрдүн келишинин орточо убактысы; L_k-кезектеги билдирүүлөрдүн орточо саны (кезектин узундугу); $T_{кез.}$-кезектеги билдирүүлөрдүн келишинин орточо убактысы; $P_э$-каналдын ээленгендигинин ыктымалдыгы.

Чектелбеген кезектеги бир каналдуу система. Практикада чектелбеген кезектеги бир каналдуу ТМС көп кездешет (мисалы, бир будкалуу телефон–автомат). Маселени карайбыз:

Кезеги менен бир каналдуу ТМС, ага эч кандай чектөө коюлган эмес (кезектин узундугу боюнча дагы, күтүүнүн убактысы боюнча дагы) ТМСке келип түшүүчү билдирүүлүрдүн агымы, λ интенсивдүүлүгүнө ээ, ал эми тейлөөнүн агымы -μ интенсивдүүлүгүнө. Абалдын пределдик ыктымалдыгын жана ТМСтин эффективдүүлүгүнүн көрсөткүчүн табуу зарыл.

Система билдирүүлөрдүн саны боюнча ТМСте жатуучу $S_o,S_1,S_2, ...S_k$ абалдарынын биринде жатышы мүмкүн: S_o-канал бош; S_1-канал ээленген (билдирүүнү тейлейт); S_2 канал ээленген, бир билдирүү кезекте турат; $...S_k$ канал ээленген, (к-1) билдирүүлөр кезекте турушат ж.у.с.

ТМСтин абалынын графы 2.8 сүрөттө көрсөтүлгөн.



2.8 - сүрөт

Бул жоголуу жана көбөйүү процесси, бирок чексиз абалдардын саны менен, мында билдирүүлөрдүн агымынын интенсивдүүлүгү λга барабар, ал эми тейлөөнүн агымынын интенсивдүүлүгү μ.

Пределдик ыктымалдыктын формуласын жазуудан мурда алардын жашашына ишенүү зарыл, эгерде $\bar{l}>\infty$, кезек чексиз өсүшү мүмкүн. Эгерде Р<1 б.а. келип түшүүчү билдирүүлөрдүн орточо саны, тейленген билдирүүлөрдүн орточо санынан кичине, анда пределдик ыктымалдык жашайт. Эгерде $\rho\geq1$, кезек чексизге чейин өсөт.

Жоголуу жана көбөйүү процесси үчүн абалдардын пределдик ыктымалдыгын аныктоодо (2.16), (2.17) формулаларын пайдаланабыз. (мында бизге белгилүү так эместикти келтиребиз, ошентип мурда бул формулалар системанын абалдарынын акыркы саны үчүн алынган)

төмөнкүнү алабыз:

$$p_o=\left[1+\frac{\lambda}{\mu}+\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2+\ldots+\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{\kappa}+\ldots\right]^{-1}=\left(1+\rho+\rho^2+\ldots+\rho^{\kappa}+\ldots\right)^{-1}; \qquad (2.32)$$

Ошентип пределдик ыктымалдык $\rho<1$, учурунда жашайт, анда бөлүкчөсү менен геометриялык катар $\rho<1$ болгондо каашада жазылган (2.32) формулага $\frac{1}{1-\rho}$ барабар суммага келет. Ошондуктан

$$p_o=1-\rho, \qquad (2.33)$$

(2.17) катыщын эске алуу менен

$$p_1=\rho p_o,\ p=\rho^2 po,\ \ldots,\ p_{\kappa}=\rho^{\kappa}p_o,\ \ldots$$

(2.18) башка абалдардын пределдик ыктымалдыгын табабыз.

$$p_1=\rho\,(1-\rho),\ \ p_2=\rho^2(1-\rho),\ \ldots\ \ p_{\kappa}=\rho^{\kappa}(1-\rho),\ \ldots \qquad (2.34)$$

Пределдик ыктымалдыктар p_o, p_1, p_2, ... p_{κ} p<1 бөлүүчүсү менен кемүүчү геометриялык прогрессияны түзүшөт, ыктымалдык p_o— эң чоң. Бул эгерде ТМС билдирүүлөрдүн агымы менен үлгүрсө (p<1 учурунда), анда системадагы билдирүүлөрдүн агымы жок болгондо эң чоң ыктымалдыкка ээ.

$L_{сист.}$ системасында билдирүүлөрдүн орточо санын математикалык күтүүнүн формуласы боюнча аныктайбыз, ал (2.34) эсепке алуу менен төмөнкү түргө келет.

$$L_{сист.} = \sum_{к=1}^{\infty} Кp_к = (1-\rho)\sum_{к=1}^{\infty} К\rho^к \quad (2.35)$$

(1ден ∞ чейин суммалоо ошондой эле нөлдүк мүчө, ошентип $0_{po} = 0$)

(15.35) формула төмөнкү түргө өзгөрүшүн (ρ<1 учурунда) көрсөтүүгө мүмкүн.

$$L_{сист.} = \frac{\rho}{1-\rho} \quad (2.36)$$

$L_к$ кезегиндеги билдирүүлөрдүн орточо санын табабыз. Мында

$$L_к = L_{сист.} - L_{тейл.} \quad (2.37)$$

мында $L_{тейл.}$ - тейлөөдө жаткан билдирүүлөрдүн орточо саны.

Тейлөөдөгү билдирүүнүн орточо санын математикалык формула боюнча аныктайбыз.

$$L_{тейл.} = 0^* p_o + 1(1-p_o),$$

б.а. тейлөөдөгү билдирүүнүн орточо саны канал ээленгендиги ыктымалдыкка барабар.

$$L_{тейл.} = P_{бэ} = 1-p_o \quad (2.38)$$

формуладан:

$$L_{тейл.} = P_{ээлен} = \rho \quad (2.39)$$

Эми (2.36), (2.39) эсепке алуу менен 2.37 формуласы боюнча

$$L_{кез} = \frac{\rho^2}{1-\rho}. \quad (2.40)$$

Билдирүүлөрдүн агымынын каалагандай мүнөзүндө, тейлөөнүн убакытысынын каалагандай бөлүнүшүндө, тейлөөнүн убактысынын каалаган тартибинде, системадагы билдирүүлөрдүн келишинин орточо убактысы, системадагы билдирүүнүн орточо санын билдирүүнүн агымынын интенсивдүүлүгүнө бөлгөнүнө барабар экендиги далилденген, б.а.

$$T_{сист.} = \frac{1}{\lambda} L_{сист.}, \quad (2.41)$$

$$T_{кез.} = \frac{1}{\lambda} L_{тез.} \quad (2.42)$$

(2.41) жана (2.42) формулалары Литтлдин формулалары деп аталат. Пределдик стационардык режимде системага келүүчү билдирүүлөрдүн орточо саны аны таштап кетүүчү билдирүүлөрдүн орточо санына барабар: билдирүүлөрдүн эки агымы тең бирдей λ интенсивдүүлүккө ээ.

(2.36) жана (2.40) эсепке алып (2.41) жана (2.42) формулаларынын негизинде системадагы билдирүүлөрдүн келишинин орточо убактысы төмөнкү формула боюнча аныкталат.

$$T_{сист} = \frac{\rho}{\lambda(1-\rho)} \quad (2.43)$$

кезекте турган билдирүүлөрдүн орточо убактысы—

$$T_{тейл.} = \frac{\rho^2}{\lambda(1-\rho)} \quad (2.44).$$

2.8. Порттогу кемелердеги жүктөрдү түшүрүү үчүн бир аянтча бар. Кемелердин агымынын интенсивдүүлүгү 0,4кө барабар (суткадагы кемелер). Бир кемедеги жүктү түшүрүүнүн орточо убактысы эки сутканы түзөт. Кезек чексиз узундукта болушу мүмкүн. Жүктү түшүрүүнүн эффективдүүлүгүнүн көрсөткүчүн тапкыла, ошондой эле жүктү түшүрүүнүн ыктымалдыгы эки кемеден ашык болбошу керек.

Чыгаруу.

$$c = \lambda/\mu = \lambda \bar{t}_{тейл.} = 0{,}4*2 = 0{,}8.$$

Ошондой эле $\rho = 0{,}8 < 1$, анда жүктү түшүрүүнүн кезеги чексиз өспөөсү керек жана пределдик ыктымалдык жашайт.

Аларды табабыз.

Кеме токтоочу жай бош (2.33) боюнча ыктымалдык p_o=1-0,8=0,2, ал эми ал ээленген болсо, ыктымалдык $P_{ээл.}$=1-0,2=0,8. (2.34) формуласы боюнча кеме турса ыктымалдыктар p_1=0,8(1-0,8)=0,16; $p_2=0,8^2*(1-0,8)=0,128$; $p_3=0,8^3*(1-0,8)=0,1024$.

Эки кемеден көп эмес кеменин жүгүн түшүрүүдө ыктымалдык төмөнкүгө барабар.

$$P=p_1+p_2+p_3=0,16+0,128+0,1024=0,3904$$

(2.40) формуласы боюнча кеме токтоочу жайдагы кемелердин орточо саны $L_{тейл.}=0,8^2/(1-0,8)=3,2$ (сутка) (2.37) боюнча $L_{сист.}$=3,2+0,8=4 (сутка), ал эми (2.41) формуласы боюнча кеме токтоочу жайга кеменин келүүсүнүн орточо убактысы $T_{сист.}$=4/0,8=5 (сутка).

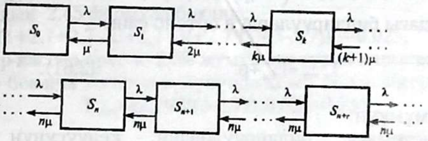
Кемелердеги жүктү түшүрүүнүн эффективдүүлүгү чоң эмес. Аны жогорулатуу үчүн кемедеги жүктү түшүрүүнүн орточо убактысы $\bar{t}_{тейл.}$-ны азайтуу зарыл же кеме токтоочу жайлардын саны n- ди көбөйтүү керек

Чектелбеген кезектеги көп каналдуу ТМС. Маселени карайбыз: Чектелбеген кезек менен n каналдуу ТМС бар. ТМСке келип түшүүчү билдирүүлөрдүн агымы λ интенсивдүүлүгүнө ээ. Ал эми тейлөөлөрдүн агымы-μ интенсивдүүлүгүн ТМСтин абалдарынын пределдик ыктымалдыгын жана анын эффективдүүлүгүн көрсөткүчүн табуу зарыл.

Система ТМСте жатуучу билдирүүлөрдүн саны боюнча номерленүүчү $S_o, S_1, S_2, \ldots S_k, \ldots S_n \ldots$, система абалдарынын биринде жатат. S_o-системада билдирүүлөр жок (бардык каналдар бош); S_1-бир канал бош эмес, калгандары бош; S_2-эки канал бош эмес, калгандары бош ; ..., S_k-к каналдары ээленген, калгандары бош;...,S_n-бардык n каналдары ээленген (кезек жок); S_{n+r}-бардык n каналдары ээленген, r билдирүүлөрдөн турат.

2.9 - сүрөттө системанын абалдарынын графы көрсөтүлгөн.

Мурдагы ТМСтин айырмасы тейлөөнүн агымынын интенсивдүүлүгү туруктуу калбайт, ал эми ТМСтеги билдирүүлөрдүн санын нөлдөн n –ге чейин чоңоюшуна жараша nμ чоңдугуна чейин чоңоет, ошентип тейлөөнүн каналдарынын саны тиешелүү көбөйөт. ТМСтеги билдирүүлөрдүн саны n-ден чоң болсо, тейлөөнүн агымынын интенсивдүүлүгү $n\mu$ га барабар.



2.9 -сүрөт.

$\rho/n<1$ учурунда пределдик ыктымалдык жашашын көрсөтүүгө мүмкүн. Эгерде $\rho/n\geq 1$ болсо, кезек чексизге чейин өсөт, (2.16) жана (2.17) формулаларын жоголуу жана көбөйүү процесси үчүн пайдаланып чексиз кезектеги n каналдуу ТМСтин абалдарынын пределдик ыктымалдык үчүн төмөнкү формуланы алууга мүмкүн.

$$p_0=\left(1\frac{\rho}{1!}+\frac{\rho^2}{2!}+\dots+\frac{\rho^n}{n!}+\frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)}\right)^{-1}, \qquad (2.45)$$

$$p_1=\frac{\rho}{1!}p_0,\dots p_k=\frac{\rho^k}{k!}p_0,\dots,p_n=\frac{\rho^n}{n!}p_0 \qquad (2.46)$$

$$p_{n+1}=\frac{\rho^{n+1}}{n*n!}p_0,\dots,p_{n+r}=\frac{\rho^{n+r}}{n^r*n!}p_0,\dots \qquad (2.47)$$

Билдирүүлөрдүн кезекте туруусунун ыктымалдыгы.

$$P_{\text{кез.}}=\frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)}p_0 \qquad (2.48)$$

Чектелбеген кезеги менен n каналдуу ТМС үчүн мурдагы ыкмаларды пайдаланып ээленген каналдардын орточо санын.

$$\bar{k}=\frac{\lambda}{\mu}=\rho, \qquad (2.49).$$

кезектеги билдирүүлөрдүн орточо санын

$$L_{кез.}=\frac{\rho^{n+1}p_0}{n*n!\left(1-\frac{\rho}{n}\right)^2}, \qquad (2.50).$$

системадагы билдирүүлөрдүн орточо саны

$$L_{сист.}=L_{оч.}+p. \qquad (2.51).$$

табууга мүмкүн.

Системага билдирүүлөрдүн келүүсүнүн орточо убактысы (2.42) жана (2.41) Литтлдин формуласы боюнча табылат.

Эскертүү:

$\rho<1$ учурунда системага келүүчү каалаган билдирүү чектелбеген кезектеги ТМС үчүн тейленет, б.а. кабыл албоонун ыктымалдуулугу $P_{каб.}=0$, салыштырмалуу өткөрүү жөндөмдүлүгү $Q=1$, ал эми абсолюттук өткөрүү жөндөмдүүлүгү билдирүүлөрдүн кирүүчү агымынын интенсивдүүлүгүнө барабар б.а. $A=\lambda$.

2.9. Универсамдагы эсептөөнүн түйүнүнүн $\lambda=81$ адам/саат интенсивдүүлүгү сатып алуучулардын агымы келип түшөт. Бир сатып алуучуну контролер –кассирдик тейлөөнүн орточо узактыгы $\bar{t}_{\text{тейл.}}=2$ мин. Аныктагыла:

а) кезек чексизге чейин өспөгөндөгү контролер-кассирлердин минималдык саны $n_{min.}$ жана $n=n_{min.}$ учурунда тейлөөнүн тиешелүү мүнөздөмөсү.

б) сатып алуучулардын кезекке келиши менен жана тейлөөнүн каналдарын кармоого байланышкан, мында чыгашанын салыштырма чоңдугу $C_{салш.}$ контролер кассирдин оптималдаштыруу саны $n_{опт.}$, мисалы

$C_{салш.}=\frac{1}{\lambda}n+3T_{кез}$, минималдык болот жана $n=n_{min.}$ жана $n=m_{опт.}$ учурундагы тейлөөнүн мүнөздөмөсүн салыштыргыла.

в) кезектеги 3төн көп эмес сатуучунун ыктымалдыгы.

Чыгаруу:

а) Шарт боюнча $\lambda=81(1/с)=81/60=1{,}35$ (1/мин). (2.24)

формула боюнча $\rho=\lambda/\mu=\lambda\bar{t}_{\text{тейл.}}=1,35\cdot2=2,7$. $\rho/n<1$ шартында кезек чексизге чейин өспөйт, б.а. $n>\rho=2,7$. Ошондуктан контролер- кассирдин минималдык саны $n_{min}=3$.
n=3 учурунда ТМСти тейлөөнүн мүнөздөмөсүн табабыз.

Эгерде эсептөө түйүнүндө сатып алуучулар жок болсо, ыктымалдык 2.45 формула боюнча;

$p_0=(1+2,7+2,7^2/2!+2,7^3/3!+2,7^4/3!\cdot(3-2,7))^{-1}=0,025$, б.а. контролер-кассир орточо 2,5% жумушсуз туруп калышат.

(2.48) боюнча эсептөө түйүнүндө кезек болсо ыктымалдык

$$P_{\text{кез.}}=(2,7^4/3!(3-2,7))\cdot0,025=0,735.$$

(2.50) боюнча кезекте туруучу сатып алуучулардын орточо саны

$$L_{\text{тейл.}}=(2,7^4/3\cdot3!(1-2,7/3)^2)\cdot0,025=7,35.$$

(2.42) боюнча кезек күтүүнүн орточо убактысы.

$$T_{\text{кез.}}=7,35/1\cdot35=5,44 \text{ (мин)}.$$

(2.51) эсептөө түйүнүндөгү сатып алуучулардын орточо саны

$$L_{\text{сист.}}=7,35+2,7=10,05.$$

(2.41) эсептөө түйүнүндөгү сатып алуучулардын болушунун орточо убактысы.

$$T_{\text{сист.}}=10,05/1,35=7,44 \text{ (мин)}.$$

(2.49) боюнча сатып алуучуларды тейлөөчү контролер-кассирлердин орточо саны $\bar{k}=2,7$.

Контролер-кассирлердин тейлөөчүлөрдүн коэффиценти (үлүшү).

$$\bar{k}=\rho/n=2,7/3=0,9.$$

эсептөө түйүнүндөгү абсолюттук өткөрүү жөндөмдүлүгү A=1,35 (1/мин) же 81 (1/ч), б.а. 81 сатып алуучу саатына.

Тейлөөнүн мүнөздөмөлөрүн анализдөө 3 контролер-кассир барында эсептөө түйүнү ашыкча жүктөлбөгөндүгүн күбөлөндүрөт.

n=3 учурунда чыгашанын салыштырмалуу чоңдугу

$C_{сал.}=1/л*n+3T_{кез.}=3 / 1,35+3.5,44=18,54.$

n дин башка маанилеринде чыгашанын салыштырмалуу чоңдугун эсептейбиз. (2.2 таблицасы).

2.2 таблицасы.

Тейлөөнүн мүнөздөмөсү	Контролер-кассирдин саны				
	3	4	5	6	7
Контр. кассир. бош туруп калуусунун ыктымалдыгы p_0	0,025	0,057	0,065	0,067	0,067
Кезектеги турган сатып алуулардын орточо саны $T_{кез.}$	5,44	0,60	0,15	0,15	0,01
Чыгашанын салыштырмалуу чоңдугу $C_{салш.}$	18,54	4,77	4,14	4,53	5,22

Таблицадан көрүнүп тургандай минималдык чыгашалар $n=n_{опт.}=5$ контролер- кассирлер учурунда алынган n=5 учурунда эсептөө түйүнүн тейлөөнүн мүнөздөмөсүн аныктайбыз.

$$P_{кез.}=0{,}091;\ L_{кезек}=0{,}198;\ T_{кезек}=0{,}146\ (мин);$$

$L_{сист.}=2{,}90$; $T_{сист.}=2{,}15$ (мин); $\bar{к}=2{,}7$; $к_3=0{,}54$. алабыз. n=5 учурунда n=3 менен салыштырганда $P_{кез.}$ кезегинин келип чыгышынын ыктымалдыгы кезектин узундугу $L_{кезек}$ жана кезекке келүүнүн орточо убактысы $T_{кезек}$ жана сатып алуучулардын орточо саны $L_{сист}$ жана эсептөө түйүнүндө туруунун орточо убактысы $T_{сист.}$, ошондой эле тейлеп жаткан контролердун үлүшү $\bar{к}_3$ маанилүү азаят.

Бирок тейлөө менен аракеттенген контролер-кассирлердин орточо саны $\bar{к}$ жана эсептөө түйүнүнүн абсолюттук өткөрүү жөндөмдүлүгү А өзгөрбөйт.

в) Кезекте 3 төн көп сатуучу, алуучу болгондугунун ыктымалдыгы төмөнкүчө аныкталат.

$P(r?3)=p_1+p_2+p_3+p_4+p_5+$ (качан 1ден 5ке чейинки чейинки контролер-кассирлер бош болбогондо) $p_{5+1}+p_{5+2}+p_{5+3}=$ (качан кезекте 1ден 3 кө сатып алуучулар турганда)

$=1-P_{кез.}+p_{5+1}+p_{5+2}+p_{5+3}$, мында ар бир кошулуучуну (2.45)-(2.48) формулалары боюнча табабыз n=5 учурунда

$$P(r=3)=1-\frac{2,7^6}{5!(5-2,3)}0,065+\frac{2,7^6}{5*5!}0,065+\frac{2,7^7}{5^2*5!}0,065+\frac{2,7^8}{5^3*5!}0,065=0,986$$

алабыз.

2.10. Эки терезечелүү темир жол кассасында А жана В пункттарына билеттер сатылат. Эки пункт үчүн билет сатып алууну каалоочу жүргүнчүлөрдүн агымынын интенсивдүүлүгү бирдей: $\lambda_A=\lambda_B=0,45$ (жүргүнчүлөр минутасына). Кассир жүргүнчөлөрдү тейлөөгө орточо эки минута кетирет. Билеттерди сатуунун эки варианты каралат: биринчи- билеттер эки терезече, бир кассада А жана В пунктарына бир убакта сатылат; экинчи- билеттер эки атайын кассаларда сатылат (ар биринде бирден терезече), бирөө А пунктуна гана, экинчиси В пунктуна гана.

а) Тейлөөнүн негизги мүнөздөмөлөрү боюнча билеттерди сатуунун эки вариантын салыштыргыла.

б) бир жүргүнчүнү тейлөөнүн орточо убактысын кантип өзгөртүү керек экендигин аныктагыла. Эгерде экинчи вариант боюнча билетке биринчи вариантка караганда орточо аз убакыт жумшалса ;

чыгаруу.

а. Вариант боюнча эки каналдуу ТМСке ээ биз, ага билдирүүлөрдүн агымы $\lambda=0,45+0,45=0,9$ интенсивдүү келип түшөт; тейлөөнүн агымынын интенсивдүүлүгү $\mu=1/2=0.5$: $\rho=\lambda/\mu=1,8$, ошентип $\rho/n=1,8/2==0,9<1$, анда пределдик ыктымалдык жашайт.

2.45 боюнча эки кассирдин бош туруп калышынын ыктымалдыгы

$$p_0=\left(1+\frac{1,8}{1!}+\frac{1,8^2}{2!}+\frac{1,8^3}{2!(2-1,8)}\right)^{-1}=0,0526\,.$$

(2.50) боюнча кезектеги жүргүнчүлөрдүн орточо саны

$L_{кез.}$ $1,8^3/2*2!(1-1,8/2)*0,526=7,67$.

(2.51) боюнча кассадагы жүргүнчүлөрдүн орточо саны

$$L_{сист.}=7,67+1,8=9,47.$$

Кезекте күтүүнүн жана билеттерди сатып алуунун орточо убактысы тиешелүү түрдө ((2.42) жана (2.41) формулалары боюнча): $T_{кез.}=7,67/0,9=8,52$ (мин) жана $T_{сист.}=9,47/0,9=10,5$ (мин).

Экинчи вариант боюнча эки бир каналдуу ТМСке ээ болобуз (эки атайын терезече); ар бирине $\lambda=0,45$ интенсивдүүлүгү менен билдирүүлүрдүн агымы келип түшөт. Баштагыдай эле $\mu=0.5$; $\rho=\lambda/\mu=0,9<1$, пределдик ыктымалдыгы жашайт. (2.40),(2.36),(2.42),(2.41) формулалары боюнча

$$L_{кез.}=0,9^2/(1-0,9)=8,1;\ L_{сист.}=0,9/(1-0,9)=9,0;$$
$$T_{кез.}8,1/0,45=18,0\ (мин),\ T_{сист.}=9,0/0,45=20,0\ (мин).$$

Мында экинчи вариант боюнча кезектин узундугу жана билеттерди сатып алууда күтүүнүн орточо убактысы көбөйөт. Мындай айрыма биринчи вариантта (эки каналдуу ТМС) ар бир эки кассирдин бош туруп калышынын убактысынын орточо үлүшүнүн аз экендиги менен түшүндүрүлөт: эгерде ал А пунктуна билет сатып алуучу жүргүнчүнү тейлөө менен аракеттенбесе, ал В пунктуна сатып алуучу жүргүнчүнү тейлөө менен аракеттенсе жана тескерисинче, экинчи вариантта мындай өз ара алмашуу жок. Экинчи вариант боюнча билеттерди сатып алуунун орточо убактысы эки эседен көп жогорулагандыгын байкоого мүмкүн. Мындай маанилүү жогорулоо ТМС өзүнүн мүмкүн пределинде иштегендигине байланышкан (ρ=0,9): тейлөөнүн орточо убактысы $\bar{t}_{тейл.}$ анчалык жетиштүү жогорулабайт, б.а. μ азайат жана 1 ден ашат, кезек чексиз өсө баштайт.

б) Жогоруда биринчи вариант боюнча, билеттерди сатуу бир жүргүнчүнү тейлөөнүн орточо убактысында $\bar{t}_{кез.}=2$(мин) билеттерди сатып алуунун орточо убактысы $T_{сист.}=10,5$(мин) түзөт. Сатуунун экинчи вариантты үчүн шарт боюнча $T_{сист.}=T_{сист.}$, же (2.36) жана (2.41) ди эсепке алуу менен:

$\frac{1}{\lambda}\frac{\rho}{1-\rho}$ <$T_{сист1}$,ρ =$\lambda/\mu=\lambda t_{кез.}$ деп эсептеп $-\frac{\bar{t}_{тей.}}{1-\lambda \bar{t}_{тей.}}$<$T_{сист1}$,алабыз,

мында

$$\bar{t}_{кез.} < \frac{T_{сист.1}}{1+\lambda T_{сист.1}}$$ экендигин табабыз же

$$\bar{t}_{кез.} < \frac{10{,}5}{1+0{,}45 \bullet 10{,}5} = 1{,}83(мин).$$

Ошентип, экинчи вариант боюнча сатуу, билеттерди сатып алуунун орточо чыгашалуу убактысы азаят, экинчи вариант боюнча сатууда билеттерди сатып алуунун саны азаят, эгерде бир жүргүнчү тейлөөнү орточо убактысы 0,7 минутадан көпкө азайса, же 8,5% тен көп болсо. Чектелүү кезектеги ТМС. Чектелүү кезектеги ТМС жогоруда каралган маселелердин кезектеги билдирүүлөрдүн саны чектелгендиги менен айырмаланылат. Эгерде жаңы билдирүү качан кезектеги бардык орундар ээленген болсо, ээленген учурда келип түшсө жана ал ТМСти тейлебестен таштайт, б.а. кабыл алынбайт.

Абалдардын пределдик ыктымалдыгын жана мындай ТМСтин эффективдүүлүгүнүн көрсөткүчүн эсептөө үчүн ошондой эле жогорудагыдай ыкма пайдаланылышы мүмкүн. Билдирүүлөрдүн кезектеги жана системада келип түшүүсүнүн орточо убактысын Литтлдин (2.44) жана (2.43) формулалары боюнча аяктайбыз.

2.11, 2.8 маселенин шарты боюнча кеме токтоочу жайдын жумушунун эффективдүүлүгүн тапкыла. Эгерде жүктү түшүрүүчү кезекте 3 төн көп кеме турса, кеме токтоочу жайды таштап кетиши белгилүү.

Чыгаруу:

Шарт боюнча m=3. 2.3 таблицанын экинчи графасында келтирилген формуланы пайдаланабыз. Кеме токтоочу жай бош болгондогу ыктымалдык:

$$p_0 = \frac{1-0{,}6}{1-0{,}8^{3+2}} = 0{,}297.$$

Токтоочу жайга келген кеменин жүктү түшүрбөй кеткен ыктымалдыгы:

$$P_{ка.}=0,8^{3+1}\cdot 0,297=0,122.$$

Кеме токтоочу жайдын салыштырмалуу өткөрүү жөндөмдүлүгү:

$$Q=1-0,122=0,878.$$

Кеме токтоочу жайдын абсолюттук өткөрүү жөндөмдүүлүгү A=0,4·0,878=0,351.б.а. суткада орточо 0,35 кеме жүк түшүрөт, жүк түшүрүүнү күтүүчү кемелердин орточо саны

$$L_{кез.}=\frac{0,8^2\left[1-0,8^3(3+1-3*0,8)\right]}{(1-0,8^{3+2})(1-0,8)}=0,861.$$

(2.42) боюнча жүктү түшүрүүнү күтүүнүн орточо убактысы

$$T_{кез.}=0,861/0,8=1,076 \qquad \text{(сутка)}$$

Токтоочу жайда турган кемелердин орточо саны

$$L_{сист.}=0,861+(1-0,297)=1,564,$$

(2.41) боюнча токтоочу жайга кеменин келүүсүнүн орточо убактысы.

$$T_{сист.}\,1,564/0,8=1.955 \quad \text{(сутка)}$$

ТМС күтүүнүн чектелген убактысы менен. Практикада чыдамсыз билдирүү деп аталган ТМС тез-тез кездешет. Эгерде күтүүнүн убактысы кандайдыр бир чондуктан ашып кетсе, мындай билдирүүлөр кезектен чыгып кетиши мүмкүн. Мындай түрдөгү билдирүү ар түрдүү технологиялык системаларда келип чыгат, мында тейлөөнүн башталышындагы кечигүү продукциянын сапатынын жоголушуна алып келиши мүмкүн. Эгерде алар тейлөөдө белгилүү убакыт ичинде келип түшпөсө, оперативдүү башкаруунун системасында, тез кабар баалуулугун жоготот.

2 .3 таблицасы

Көрсөткүчтөр	Чектелген кезектеги бир каналдуу ТМС	Чектелген кезектеги көп каналдуу ТМС
Пределдик ыктымалдыктар	$Po=\dfrac{1-\rho}{1-\rho^{m+2}}$ $p_1=\rho p_0, p_2=\rho^2 p_0, \dots p_k=\rho^k p_0$	$Po=\left[1+\dfrac{\rho}{1!}+\dots+\dfrac{\rho^n}{n!}+\dfrac{\rho^{n+1}(1-(\rho/n)^m)}{n\bullet n!(1-\rho/n)}\right]^{-1}$; $p_1=\dfrac{\rho}{1!}p_0,\dots,p_k=\dfrac{\rho^k}{k!}p_0,\dots,p_n=\dfrac{\rho^n}{n!}p_0,$ $P_{n+1}=\dfrac{\rho^{n+1}}{n\bullet n!}Po,\dots,P_{n+r}=\dfrac{\rho^{n+r}}{n^r\bullet n!}Po(r=1,\dots,m)$
Кабыл албоонун ыктымалдыгы	$P_{каб}=P_{m+1}=c^{m+1}p_0$	$P_{отк}=P_{n+m}=\dfrac{\rho^{n+m}}{n^m\bullet n!}Po$
Абсолюттук өткөрүү жөндөмдүлүгү	$A=\lambda Q=\lambda(1-c^{m+1}p_0)$	$A=\lambda Q=\lambda(1-\dfrac{\rho^{n+m}}{n^m * n!}Po)$
Салыштырмалуу өт-көрүү жөндөмдүүлүгү	$Q=1-P_{каб.}=1-c^{m+1}p_0$	$Q=1-P_{каб.}=1-\dfrac{\rho^{n+m}}{n^m * n!}Po$
Кезектеги билдирүү-лөрдүн орточо саны	$L_{кез}=\rho^2\dfrac{[1-\rho^m(m+1-m\rho)]}{(1-\rho^{m+2})(1-\rho)}$	$L_{кез}=\dfrac{\rho^{n+1}Po\left[1-\left(m+1-m\dfrac{\rho}{n}\right)\left(\dfrac{\rho}{n}\right)^m\right]}{n*n!\left(1-\dfrac{\rho}{n}\right)^2}$
Тейлөөдөгү билдирүү-лөрдүн орточо саны (ээленген каналдар-дын орточо саны	$L_{каб.}=1-p_0$	$\bar{k}=\rho\left(1-\dfrac{\rho^{n+m}}{n^m * n!}Po\right)$
Системадагы билдирүүлөрдүн орточо саны	$L_{сист.}=L_{кез.}+L_{каб.}$	$L_{сист.}=L_{кез.}+\bar{k}$

Жөнөкөй математикалык моделдерде мындай системаларды кандайдыр бир параметр менен көрсөткүчтүү закону боюнча бөлүнүшү кокустук убакытта жатышы мүмкүн, б.а. тейлөөдө кезекте туруучу ар бир билдирүү системаны ν интенсивдүүлүгү менен ташташы мүмкүн экендигин шарттуу түрдө эсептөөгө болот.

Чектелген убакыттагы ТМСтин эффективдүүлүгү тиешелүү көрсөткүчтөгү жоголуу жана көбөйүү процесси үчүн алынган жыйынтыктардын базасында алынат. Практикада тейлөөнүн туюк системалары тез-тез кездешет, аларда билдирүүнүн кирүүчү агымы ТМСтин абалынан көз каранды экендигин белгилеп кетебиз. Мисал катарында оңдоочу базага кээ бир машиналардын пайдаланылган ордунан келип түшкөн ситуациясын келтирүүгө мүмкүн: канчалык көп машиналар оңдоло турган абалында турса, ошончолук алар аз пайдаланышы жана кайрадан оңдолууга келип түүүчү машиналардын агымынын интенсивдүүлүгү аз болот. Туюк ТМС үчүн билдирүүлөрдүн булагынын чектелген саны мүнөздүү болуп эсептелет, ар бир булак билдирүүлөрдү тейлөөнүн убактысында тосулуп калат (б.а. ал жаңы билдирүүлөрдү бербейт). Мындай системаларда ТМСтин абалдарынын акыркы санында пределдик ыктымалдыктар тейлөөлөрдүн жана билдирүүлүрдүн агымдарынын интенсивдүүлүктөрүнүн каалаган маанилеринде жашайт, эгерде кайрадан жоголуу жана көбөйүү процессине кайрылса, алар эсептелиши мүмкүн.

2.8. ТМСти статистикалык моделдештирүү жөнүндө түшүнүк (Монте-Карлонун методу)

Негизги келтирилген, мында жогоруда каралган ТМС анализделген, аларды абалдан-абалга өткөрүүчү окуялардын бардык агымы жөнөкөй болгондугунда турат. Бул шартты бузууда мындай системалар үчүн жалпы аналитикалык методдор жашабайт. Маселелердин параметри аркылуу туюндурулуучу аналитикалык түрдөгү ТМСтин мүнөздөмөлөрүнүн өзүнчө жыйынтыктары бар.

ТМСтин жумушун анализдөө үчүн аналитикалык методдор колдонулбаган учурда (же алардын тактыгын текшерүү талап кылынганда) статистикалык моделдештирүүнүн универсалдык методу же Монте-Карлонун методу пайдаланылат.

Монте-Карлонун методунун идеясы ТМСте аналитикалык жазуунун ордуна атайын уюштурулган процедуранын жардамы менен ТМСте өтүүчү кокустук процессте оюнду жүргүзүүдө турат. Мындай оюндун жыйынтыгында, кокустук процесси реализациялоодо башкалардан айрымалуу ар бир жолу жаңы алынат. Бул реализацияларды көптөгөн математикалык статистиканын кадимки методдору менен иштетилген, жасалма алынган статис-тикалык материал катарында пайдаланууга мүмкүн. Мындай иште-түүдөн кийин тейлөөнүн каалаган мүнөздөмөлөрү жакындатылган түрдө алынышы мүмкүн.

Мисалы, магазиндин кеңейүүсү жөнүндөгү маселени чечүү үчүн магазинде келип чыгуучу кезекти анализдөө зарыл. Сатып алуучулардын келүүсүнүн убактысы жана аларды тейлөөнүн убактысы кокустук мүнөздө жана алар бөлүштүрүшкө ээ болгон маалымат боюнча орнотулушу мүмкүн.

Бул кокустук процесстердин өз ара аракеттенишинин жыйынтыгында кезек түзүлөт.

Монте-Карлонун методуна ылайыктуу (ЭЭМдин жардамы менен) ар түрдүү сатып алуучулардын бир сааттагы саны менен аларды тейлөөнүн убактысы, бөлүштүрүүнүн мүнөздөмөлөрүн сактап, бардык мүмкүн болгон абалдары берилет. Эгерде алар сатып алуучулардын реалдык агымын байкоо учурунда алынган болсо, магазиндин жумушун көп жолу жасалма кайра түзүүнүн жыйынтыгында тейлөөнүн мүнөздөмөлөрүн эсептеп чыгышат.

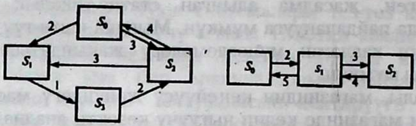
Монте-Карлонун методу менен кокустук кубулуштарды моделдештирүүдө биз изилдөөнүн аппараты катарында кокустуктун өзүн пайдаланабыз. Марковдук эмес кокустук процесси менен тейлөөнүн татаал системасы үчүн статистикалык моделдештирүү методу эреже катарында, аналитикалыкка караганда жөнөкөй көрүнөт.

Көнүгүүлөр

2.12. Төмөнкү кокустук процессинин абалдарынын графын түзгүлө; система газдалган сууну сатуу боюнча эки автоматтан турат, алардын ар бири убакыттын кокустук моментинде ээленген же бош болушу мүмкүн.

2.13. S системасынын абалдарынын графын түзгүлө, эгерде ал электр лампочкасынан турса, ал убакыттын кокустук моментинде же жандырылган, же өчүрүлгөн, же иштен чыккан болушу мүмкүн.

2.14. 2.10 жана 2.11 сүрөттөрүндө граф сүрөттөлгөн S системасы үчүн пределдик ыктымалдыкты тапкыла.



2.11 сүрөт.

2.15. Бир каналдуу автомашинаны профилактикалык кароо жүргүзүүчү пункттун суткалык жумушун карайбыз. Ар бир машинаны кароодо жана дефектин табуу үчүн орточо 0,5 саат сарпталат. Кароого суткада орточо 36 машина келип түшөт. Билдирүүлөрдүн агымы жана тейлөө жөнөкөй, эгерде кароо пунктуна келүүчү машина, бош канал таппаса, ал кароо пунктун тейленбестен таштайт. Кароонун профилактикалык пунктунун тейлөөнүн мүнөздөмөсүн жана абалынын ыктымалдыгын аныктагыла.

2.15 n=4 каналы учуру үчүн (кароону өткөрүү группалары) 2.15 маселесин чыгаргыла.

Кароонун пунктунун салыштырмалуу өткөрүү жөндөмдүлүгү 0,9 дан аз эмес болгондогу каналдардын санын тапкыла.

2.16 Чоң эмес шаарчадагы эл аралык сүйлөшүү пунктунун жумушу анализделет. Пункт сүйлөшүүлөр үчүн бир телефон аппаратка ээ, орточо суткасына сүйлөшүүлөргө 240 билдирүү келип түшөт. Сүйлөшүүлөрдүн орточо узактыгы 5 минутаны түзөт. Кезектин узундугуна эч кандай чектөөлөр жок. Стационардык режимде сүйлөшүү пунктун тейлөөнүн мүнөздөмөлөрүн жана абалдарынын пределдик ыктымалдыктарын аныктагыла.

2.18 n=3 телефондук аппараттык учурдагы 2.17 маселесин чыгаргыла. 2.19-2.20 маселени чыгаргыла. Эгерде кезекте кароого 5 машинадан ашык турса, машина бул пункту таштап кеткен учурда 2.15-2.16 маселесин чыгаргыла.

2.21-2.22 кезектин узундугу 60 адамдан ашпаган учурдагы 2.17-2.18 маселесин чыгаргыла.

Адабияттар

1.Вентцель Е.С. Исследование операций.—М.: Сов. Радио, 1972.

2.Горелик В.А., Ушаков И.А. Исследование операций.—М.: Машиностроение,1986.

3.Зайченко Ю.П. Исследование операций.—Киев:Выща школа, 1986.

4. Исследование операций.—В 2-х:/ Под ред. Дж. Моудера и С. Элмаграби Пер.с англ.—М.: Мир, 1981.

5.Исследование операций./Под ред. М.А.Войтенко Ин.ш.Кремера.—М.: Экономическое образование, 1992.

6.Карасев А.И., Аксютина З.М., Савельева Т.И. Математические методы и модели в планировании.—М.: Экономика, 1987.

7.Кофман А. Методы и модели исследования операций / Пер.с франц.—М.: Мир, 1996.

8.Крушевский А.В.,Швецов К.И. Математическое программирования и моделирование в экономике. –Киев: Выща школа, 1994.

9.Черчмен У., Акоф Р., Арноф Л. Введение в исследование операций/Пер. С англ.—М.: Наука, 1986.

Мазмуну

АБЖАПАРОВА Ү.А., РАЕВ К.Т., РАЕВ А.К.

Экономикадагы операцияларды изилдөөнүн негиздери

Редактор - Абжапарова Ү.А.
Тех. редактор - Маматалиев М.О
Басмага даярдаган - Тойчубаев А.А.

Басууга кол коюлду 15.05.2000-ж. Форматы 60x84 1\16. Көлөмү 5,25
Тиражы 500. Буюртма № 2261 . Офсеттик ыкма менен басылды.

Ош облустук басмаканасы. Ош шаары, Курманжан датка — 209.